

Math.p.

204

rd-1,1

Math. 3.

Hauck

$$204 \frac{rd}{-} - 1.1$$

Lehrbuch der Arithmetik

für

Latein-, Real- und Handelsschulen.

Von

Dr. A. F. Hauck,

und

Dr. H. Hauck,

Professor am k. Realgymnasium
in Nürnberg.

Professor an der k. Industrieschule
in München.

In 3 Teilen.

Erster Teil. Erste Abteilung.

Sechste verbesserte und vermehrte (Doppel-) Auflage.

Durch höchste Ministerial-Entschliessung in das Verzeichnis der gebilligten
Lehrbücher aufgenommen.

NÜRNBERG.

Verlag der Friedr. Kornschen Buchhandlung.

1883.



Druck von G. P. J. Bieling (G. Dietz) in Nürnberg.

Vorwort zur sechsten Auflage.

Wie bei jeder früheren, so waren auch bei der nach kurzer Zeit nötig gewordenen sechsten Auflage dieses Lehrbuchs die stets im Auge behaltenen Punkte: Kürze und Bündigkeit des Ausdrucks, Gründlichkeit in der Behandlung des Lehrstoffs, strenges Festhalten an den einfachsten und kürzesten Berechnungsweisen, innige Verbindung der Theorie mit der Praxis, größte Mannigfaltigkeit der meist dem Leben entnommenen Aufgaben unter steter Berücksichtigung der wichtigsten Masse, Gewichte und Münzen, ganz besonders des im Deutschen Reiche ausschließlich benützten französischen Mafs- und Gewichts-Systems. Behufs möglichst erleichterten Gebrauchs dieses Lehrbuchs an Latein-, Real- und Handelsschulen wurden die Erklärungen und ausgerechneten Beispiele auf das notwendige und doch völlig ausreichende Mafs beschränkt; dagegen in anderen Abschnitten, für welche sich inzwischen das Bedürfnis geltend gemacht hat, die Aufgaben vermehrt, ohne jedoch an der Numerierung der Aufgaben der vorhergehenden Auflage etwas zu ändern, so dafs beide Ausgaben neben einander gebraucht werden können. Auch konnten die in sämtlichen deutschen Bundesstaaten geltenden Bestimmungen zur Erzielung einer einheitlichen Schreibweise der abgekürzten Bezeichnungen der Masse und Gewichte unter Beachtung der beigefügten Regeln durchgreifende Berücksichtigung finden.

Dem Lehrprogramme für den Rechenunterricht an Latein- und Realschulen entsprechend sind die zum möglichst sicheren Gebrauch unseres Mafs-, Gewichts- und Münzsystems unentbehrlichen Decimalbrüche in die 1. Abteilung des I. Teils aufgenommen, so daß diese den vorgeschriebenen arithmetischen Lehrstoff für die unteren Klassen, die 2. Abteilung den für die folgenden Kurse enthält. Die 1. Abteilung des II. Teils ist mit Rücksicht auf die eingetretenen Veränderungen im Münz- und Bankwesen in völlig umgearbeiteter Auflage erschienen, und bringt in der 2. Abteilung die Waren-Kalkulationen und Grundzüge der systematischen Buchführung zur Darstellung, um für die Schüler der beiden obern Kurse der Realschulen einschliesslich der Handelsabteilung den arithmetischen Unterricht dem Abschluss entgegen zu führen. Der III. Teil endlich, dessen 2. Abteilung mit Beginn des nächsten Schuljahrs erscheint, enthält in seinen beiden ersten Abteilungen die allgemeine Arithmetik und Algebra für Gymnasien und die oberen Kurse der Realschulen, die 3. Abteilung wird die politische Arithmetik als Anwendung und Abschluss des gesamten zur Entwicklung gekommenen Lehrstoffs in gründlichster Weise behandeln.

Bei Herstellung der gegenwärtigen neuen Auflage ist die nun vorgeschriebene Orthographie sorgfältig beobachtet worden. Möge dieses Lehrbuch sich seine alten Freunde erhalten und neue gewinnen.

Nürnberg und München im August 1882.

Die Verfasser.

Einleitung.

§ 1. Die Arithmetik ist die Lehre von den Zahlen. Unter Zahl versteht man ebensowohl 1) die Einheit 1 und eine Menge von Einheiten, z. B. 68 (ganze Zahlen), als auch 2) Teile der Einheit, z. B. $\frac{5}{12}$ (gebrochene Zahlen oder Brüche). Die Zahlen sind entweder unbenannt, wenn ihre Einheit eine bloß gedachte ist, z. B. 24, $\frac{7}{8}$; oder benannt, wenn ihre Einheit ein sinnlich wahrnehmbares Ding ist, z. B. 15 Mark, $\frac{3}{4}$ Zentner, $9\frac{1}{2}$ Hektoliter. Mit Zahlen bestimmte Aenderungen (Operationen) nach erwiesenen Gesetzen vornehmen heißt rechnen.

I. Vom Numerieren.

§ 2. Die Zeichen für die Zahlen heißen Ziffern, und zwar haben die sogenannten arabischen Ziffern (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) die allgemeinste Anwendung gefunden. Diese neun Ziffern reichen aus, um alle möglichen Zahlen anschreiben zu können, da jede Ziffer einen ursprünglichen und einen Stellwert hat, dem die Zahl zehn zu Grunde gelegt ist. Darauf beruht das Zehner- oder dekadische System (Dekadik). Nach diesem System erhält jede Ziffer den zehnfachen Wert, wenn sie um eine Stelle von rechts nach links gerückt wird. Zur Ausfüllung unbenannter Stellen bedient man sich der Null (0). Der leichteren Uebersicht wegen teilt man eine Ziffernreihe von rechts nach links, und zwar nach je sechs Stellen in Klassen ein, und erhält dadurch die Klassen der Einer, Millionen, Billionen, Trillionen, Quatrillionen, Quintillionen u. s. w. Jede Klasse wird wieder von rechts nach links, und zwar nach je drei Stellen in zwei Gruppen, nemlich der Einer und Tausender abgeteilt. Jede Gruppe endlich besteht aus den von rechts nach links auf einander folgenden Stellen der Einer, Zehner und Hunderter. Bei größeren Zahlen hebt man die Gruppen zu je drei Ziffern durch angemessene Zwischenräume hervor; z. B.

1. 15 009 423 860 d. i. 15 Tsd. 9 Mill. 423 Tsd. 860.
2. 90 451 827 056 003 „ 90 Bill. 451 Tsd. 827 Mill. 56 Tsd. 3.
3. 38 Trill. 5 Tsd. Mill. 4 „ 38 000 000 005 000 000 004.

Zahlen anschreiben oder angeschriebene Zahlen ablesen nennt man numerieren.

Aufgaben. Schreibe folgende Zahlen mit Worten an!

234085671 d. i. 234 Mill. 85 Tsd. 671.

- 1) 60728; 1004937; 850004; 2738005; 130900264; 46705
- 2) 41056; 203007; 8004502; 12030400; 9008076; 5400300.
- 3) 240050; 138200; 4006080; 903024; 70034900; 876504.
- 4) 18000072; 365924800; 7405630; 9000725; 421805000.
- 5) 3240060; 8000600; 100035; 20083000; 1700050080.
- 6) 2400068; 37000195; 405687200; 32016840; 123980000.
- 7) 962054300; 7400816000; 20005000680; 372014698520.
- 8) 237008904; 650703890245; 40620800; 91005620784.
- 9) 64000375; 2790048360; 590080741; 4608005932070.
- 10) 1020030084; 90008007060; 4500607000; 700904500.
- 11) 6543008702105; 260005830700940; 80005026037400.
- 12) 20009046810537; 8642005903715; 135790864200038.

Schreibe folgende Zahlen bloß mit Ziffern!

8 Bill. 35 Tsd. 729 Mill. 1 Tsd. 4, d. i. 8035729001004.

- 13) 60 Tsd. 4; 127 Tsd. 38; 4 Mill. 68 Tsd.; 50 Mill. 7; 71 Mill. 20.
- 14) 39 Mill. 4 Tsd. 5; 258 Mill. 67 Tsd. 49; 7 Tsd. 9 Mill. 68 Tsd.; 5 Mill. 4.
- 15) 20 Mill. 7 Tsd. 8; 89 Mill. 140; 60 Tsd. 20 Mill. 7 Tsd.; 4 Tsd. Mill.
- 16) 238 Tsd. Mill. 76; 69 Tsd. 2 Mill. 138 Tsd.; 4 Bill. 27 Tsd. Mill. 163.
- 17) 13 Tsd. 40 Mill. 8 Tsd.; 9 Tsd. Mill. 64; 427 Tsd. 300 Mill. 16 Tsd. 875.
- 18) 20 Bill. 8 Mill. 67 Tsd.; 3 Mill. 64; 427 Tsd. 300 Mill. 16 Tsd. 84 Mill.
- 19) 56 Bill. 124 Tsd.; 378 Tsd. Mill. 62; 5 Trill. 47 Bill. 90 Tsd. 1.
- 20) 4 Tsd. 600 Bill. 8 Mill. 50; 70 Tsd. Bill. 400 Tsd. Mill.; 900 Bill. 7 Mill. 60; 123 Tsd. 84 Bill. 9 Tsd. 706 Mill. 50 Tsd. 85.
- 21) 47 Tsd. 168 Bill. 523 Mill. 9; 264 Bill. 87 Mill. 9 Tsd. 53.
- 22) 6 Trill. 245 Tsd. Bill. 37 Mill. 8; 59 Trill. 8 Tsd. Mill. 76 Tsd.
- 23) 83 Bill. 169 Tsd. Mill. 80 Tsd.; 5 Bill. 80 Tsd. 20 Mill. 605.
- 24) 91 Trill. 250 Bill. 600 Tsd. Mill.; 247 Tsd. Bill. 65 Mill. 4 Tsd.
- 24)a. 3 Trill. 141 Tsd. 592 Bill. 653 Tsd. 589 Mill. 793 Tsd. 238 Meter misst der Umfang eines Kreises, dessen Durchm. 1 Trill. Met. beträgt.

24)b. Wie viel Einer haben die Zahlen in Aufgabe 1)?

W. v. Zehner die unter	2)?	W. v. Hdtr. die unter	3)?
" " Tsd.	" " 4)?	" " Zhntsd.	" " 5)?
" " Hdtsd.	" " 6)?	" " Mill.	" " 7)?
" " Zhn.v.Mll.	" " 8)?	" " Hdt.v.M.	" " 9)?
" " Tsd.v.Mll.	" " 10)?	" " Ztsd.v.M.	" " 11)?
" " Hdtsd.v.M.	" " 12)?	" " Zhntsd.	" " 13)?
" " Zhn.v.Mll.	" " 14)?	" " Mill.	" " 15)?
" " Ztsd.v.Mll.	" " 16)?	" " Zhn.v.M.	" " 17)?
" " Zhn.v.Bll.	" " 18)?	" " Hdtsdm.	" " 19)?
" " Hdt.v.Bll.	" " 20)?	" " Zhn.v.Bll.	" " 21)?
" " Zhntsdvll.	" " 22)?	" " Zhntsdmll.	" " 23)?
" " Hunderttausendbillionen	haben die Zahlen unter	24)?	

§ 3. Wie die Zahl zehn dem dekadischen System zu Grunde liegt, so die Zahl zwei dem Zweier- oder dyadischen System, die Zahl drei dem Dreier- oder triadischen System, die Zahl vier dem Vierer- oder tetradischen System. In diesen Systemen erhält jede Ziffer beziehungsweise den zwei-, drei- oder vierfachen Wert, wenn sie um eine Stelle von rechts nach links gerückt wird. Deshalb bedarf die Dyadik nur der Ziffer 1, die Triadik der Ziffern 1 und 2, die Tetradik der Ziffern 1, 2 und 3. In allen Systemen bedient man sich der Null (0) zur Ausfüllung unbesetzter Stellen. Die Stellwerte von rechts nach links sind folgende:

- a) nach dem Zweiersystem: 1, 2, 4, 8, 16, 32 u. s. w.
- b) „ „ Dreiersystem: 1, 3, 9, 27, 81, 243 „
- c) „ „ Vierersystem: 1, 4, 16, 64, 256, 1024 „

Nach der Dyadik besteht z. B. die Ziffernreihe 100111 aus 1 Einer, 1 Zweier, 1 Vierer und 1 Zweiunddreissiger, würde also nach der Dekadik $1+2+4+32=39$ sein.

Nach der Tetradik besteht z. B. die Ziffernreihe 100302 aus 2 Einern, 3 Sechzehnern und 1 Tausendvierundzwanziger; nach der Dekadik schreibe man daher 1074, da $2+48+1024=1074$.

Folgende nach verschiedenen Zahlssystemen geschriebene Zahlen sind gleich groß; die einzelnen Systeme selbst sind durch eingeklammerte Ziffern kenntlich gemacht:

$$852 (10) = 1101010100 (2) = 1011120 (3) = 31110 (4) = 11402 (5) \\ = 3540 (6) = 2325 (7) = 1524 (8) = 1146 (9).$$

Aufgaben.

- 25) Schreibe 48, 89, 123, 154, 178, 206, 219, 360, 400, 531, 584 und 602 der Dekadik nach den verschiedenen Zahlssystemen, denen die Zahlen 2, 3 und 4 zu Grunde liegen!
- 26) Schreibe 1011100, 1110001, 11111100, 1000110101, 111001000111 und 1111101000110 des Zweiersystems nach dem Dreier-, Vierer-, Sechser- und Zehnersystem!
- 27) Schreibe 101220, 2200120, 111220, 11210221 und 211200112 des 3^{er} Systems nach dem 2^{er}, 4^{er}, 5^{er} und 10^{er} System!
- 28) Schreibe 200310, 10203, 32100 und 2013020 des 4^{er} Systems nach dem 2^{er}, 5^{er}, 8^{er} und 10^{er} System!
- 29) Schreibe 140320, 20134, 3014200 und 123400 des 5^{er} Systems nach dem 2^{er}, 3^{er}, 7^{er} und 10^{er} System!
- 30) Schreibe 147, 6051, 32004, 70006 und 20500346 des Achtersystems nach allen übrigen Zahlssystemen bis zum Zehnersystem!

§ 4. Während sich die Griechen ihrer Buchstaben als Zahlzeichen bedienten, hatten die Römer folgende Zahlzeichen, deren Bedeutung aus den beigesetzten arabischen Ziffern zu ersehen ist:

I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000).

Mittels dieser römischen Ziffern lassen sich durch bloßes Nebeneinandersetzen alle Zahlen schriftlich darstellen; doch hat man dabei folgende Regeln zu beachten:

1. Neben einander stehende gleiche Zeichen werden addiert z. B. III (3), XX (20), CCC (300).

2. Stehen einem Zeichen von höherem Werte andere von niedrigerem Werte zur Rechten, so werden dieselben addiert, z. B. VI (6), XII (12), LX (60), CLXVIII (168).

3. Steht eines der Zahlzeichen I, X oder C vor einem Zeichen höheren Wertes, so wird der niedrigere Wert von dem höheren subtrahiert, z. B. IV (4), IX (9), XL (40), XC (90), CD (400).

Beispiele: MCDXLVIII (1448), CDXCII (492).

Aufgaben.

- 31) Schreibe folgende Zahlen mit römischen Ziffern: 18, 26, 47, 59, 68, 73, 85, 93, 126, 148, 173, 210, 248, 269, 332, 481, 524, 637, 756, 823, 949, 1097, 1306, 1517 und 1882!
- 32) Schreibe folgende Zahlen nach dem Zehnersystem: XVII, XXXIII, LXXIX, CXLVII, CCCLXXXVII, CDLXI, DCCLXXV, MCCCLXVI, MDCCCV, MCCXLVIII, MXCIX, MDCCLXVIII, MCCXLIX, MCDLXII, MDCCCXLVII und MDCCCLXXI!

II. Von den unbenannten und gleichbenannten ganzen Zahlen.

1. Addition.

§ 5. Addieren heißt: zu wenigstens zwei gegebenen Zahlen (Summanden) die dritte Zahl (Summe) suchen, die so groß ist als jene Zahlen zusammengenommen. Die Summanden verbindet man durch ein stehendes Kreuz (+), das Pluszeichen; z. B. $5 + 8 = 13$ wird ausgesprochen 5 plus 8. Die Summe $5 + 8$ hat gleichen Wert mit 13 und kann deshalb mit dieser Zahl durch zwei gleichmäÙsig von links nach rechts gezogene Striche (Gleichheitszeichen) zu einer Gleichung verbunden werden, nemlich $5 + 8 = 13$ wird ausgesprochen 5 plus 8 (ist) gleich 13.

Die Reihenfolge der Summanden ist eine beliebige, z. B. $4 + 9 + 5 + 7 = 5 + 4 + 7 + 9 = 7 + 5 + 9 + 4 = 25$.

Hat man gröÙßere Zahlen zu addieren, so schreitet man von der Addition der Einer zu der der Zehner, dann der Hunderter

u. s. w. fort, und zwar so, dass man die höheren Stellen der gefundenen Summen in die Summe der nächstfolgenden gleichnamigen Stellen aufnimmt. Ziffern von gleichem Stellwert setze man genau unter einander, und bei neben einander stehenden Summanden versehe man zur Vermeidung jedes Fehlers die an die Reihe gekommenen Ziffern mit einem feinen Punkt.

Anm. 1. Beim Addieren, wie beim Rechnen überhaupt schreibe man deutliche, weder zu grofse, noch zu kleine Ziffern. Zur gröfseren Sicherheit addiere man die unter einander stehenden Summanden einmal aufwärts und das andere Mal abwärts. Bei sehr langen Kolumnen mache man mehrere Abteilungen. Kommt eine Ziffer in einer gleichnamigen Stellenreihe wiederholt vor, so nimmt man ihren Wert so oftmal, als sie vorkommt.

Anm. 2. Betreffs der in den folgenden Aufgaben vorkommenden Abkürzungen für Mafse und Gewichte wird auf § 26 verwiesen.

§ 6.

Aufgaben.

Löse die folgenden Aufgaben auch durch Untereinanderschreiben der Summanden!

- 33) $23879 + 1860543 + 972685 + 20539867 + 5178 + 567 + 89$
- 34) $572094 + 3862 + 8491637 + 50261 + 75851693 + 4865 + 98$
- 35) $237891654 + 518792 + 61324587 + 6275439 + 12695 + 823$
- 36) $9876 + 9867 + 9786 + 9768 + 9687 + 9678 + 8976 + 7986 + 6789$
- 37) $12345 + 12348 + 12342 + 12349 + 12341 + 12340 + 12350$
 $+ 12345 + 12351 + 12339 + 12343 + 12347 + 12344 + 12340$
- 38) $9993 + 992 + 99995 + 94 + 999999 + 9 + 9992 + 99991$
- 39) $618245 + 932875160 + 57236481 + 4917380 + 2964 + 379$
- 40) $62985437 + 8730542 + 847693 + 50034 + 923715 + 4738$
- 41) $123497705 + 86193 + 9005476 + 436508792 + 724568 + 397$
- 42) $31025 + 489 + 102460 + 75 + 6230801 + 987654321 + 6534$
- 43) $37894001 + 2906543 + 516243 + 8192374 + 258400300$
 $+ 927453180 + 4591008 + 670309 + 41085 + 963$
- 44) $253496 + 78153 + 923048514 + 8054321 + 37146859$
 $1583927645 + 4867190 + 2005 + 123456 + 895$
- 45) $532047189 + 10478 + 27810450736 + 4675320088 + 7084$
 $+ 2581976430 + 83097165 + 2560 + 9876543 + 196$
- 46) $2738469150 + 84269371 + 982500730 + 6205 + 410836$
 $+ 5872341 + 873450069 + 42637 + 245301890 + 857$
- 47) $463287 + 2900470386 + 751046289 + 5264 + 81740629$
 $+ 42375981 + 91574008603 + 305912487649 + 28735$
- 48) $128359 + 326040089 + 8724 + 7006245893 + 51289307400$
 $+ 847601923 + 53647 + 9003785 + 24963807 + 6378219405.$
- 49) Wie groß ist die Summe aller ganzen Zahlen a. von 1 bis 25?
b. von 25 bis 50? c. von 50 bis 75? d. von 1 bis 100?

- 50) Wenn man Kugeln so aufschichtet, daß die oberste von 4 Kugeln, diese 4 von 9, diese 9 von 16 u. s. w. getragen werden; wie viel Kugeln sind in 12 Schichten?
- 51) $3245 + 786 + 10932 + 75 + 48062 + 718056 + 9374$ Meter.
- 52) $10865 + 74 + 2389 + 845 + 26078 + 194306 + 5824$ Ar.
- 53) $7148 + 12065 + 953 + 436721 + 1234567 + 85 + 7468$ Liter.
- 54) Ein Kaufmann erhält an Waren: $965 + 1048 + 875 + 1138 + 896 + 932 + 785 + 950$ R ; wie viel im ganzen?
- 55) Ein Geschäftsmann nimmt in 12 Monaten in Mark ein: 1974, 1785, 1803, 1650, 1926, 2071, 1960, 1832, 1715, 1694, 1578 und 2060 M ; wie viel im ganzen?
- 56) Europa hat einen Flächenraum von 178130 Qdtm. = 9904940 qkm und 315973 Tsd. Einw., Asien bez. 813556 Qm. = 44806340 qkm und 833907 Tsd. Einw., Afrika 543530 Qm. = 29933665 qkm und 206007 Tsd. Einw., Amerika 697188 Qm. = 38389210 qkm und 94892 Tsd. Einw., endlich Australien und Polynesien 162609 Qm. = 8953727 qkm und 4563 Tsd. Einw.; wie groß sind sämtliche Kontinente a. in Qdtm., b. in qkm. und wie groß ist die Einwohnerzahl derselben?
- 56)a. Vom Jahre 1764 bis 1840 wurden in Preußen geprägt: 1) Friedrichsd'or für 75288748 Thaler, 2) Zweithalerstücke für 1928190 S , 3) Einthalerstücke für 115637684, 4) Eindrittel-Thalerstücke für 16989777, 5) Einsechstel-Thaler für 37266353, 6) Einzwölftel-Thaler für 19668293, 7) ganze und halbe Silbergröschchen für 3147152 S und endlich 8) Kupfermünzen für 752273 Thaler. Für wie viel Thaler ist im genannten Zeitraum zusammen geprägt worden?
- 56)b. Die Ausfuhr Englands an Baumwollgespinnsten war im Jahre 1839 folgende: Nach Rußland 18660531 R , Deutschland 36883805, Holland 20611240, Italien 8507259, Frankreich 73093, Portugal 539642, Spanien 47930, Belgien 54872, Dänemark 29645, Schweden und Norwegen 1270708, nach der Türkei 2579009, nach Aegypten 32016, Indien und China 8486915 und nach den Verein. Staaten von Nordamerika 117557 R . Wie groß war die gesamte Ausfuhr?
- 57) Auf der Erde leben ca. 320 Mill. Christen, 20 Mill. Juden, 180 Mill. Muham. und 580 Mill. Heiden; wie viel im ganzen?
- 58) Portugal hat 1623 Quadratmeilen, Spanien 9208, Frankreich 9599, Italien 5381, Oesterreich-Ungarn 11306, das Deutsche Reich 9818, Belgien und Holland 1178, England 5720, Skandinavien 13830, Rußland 100285 und die Türkei 6724 Quadratmeilen. Wie viel Quadratmeilen haben diese Länder zusammen?

- 59) München hatte a. 1876: 190750 Einw., Nürnberg 91635, Augsburg 66328, Würzburg 45289, Regensburg 31060, Fürth 27408, Bamberg 27175 Einw.; wie viel diese Städte zusammen?
- 60) Auf einem Wagen sind 3 Fässer zu 235, 212 und 216 kg; 4 Kisten zu 188, 210, 148 und 254 kg; 3 Ballen zu 95, 116 und 157 kg. Wie groß ist das Gesamtgewicht?
- 60)a. Welche Zahl ist um a größer als die Summe aus b und c?
- | | | | | | |
|-------|------|------|-------|--------|-----------|
| a=847 | 1253 | 965 | 70345 | 397486 | 123456789 |
| b=968 | 7468 | 8370 | 49867 | 813597 | 987654321 |
| c=536 | 987 | 543 | 8496 | 54368 | 56473829 |
- 60)b. Zu $a+b$ die Zahl zu addieren, welche um c größer als d!
- | | | | | | |
|-------|------|------|------|-------|--------|
| a=569 | 1048 | 3157 | 5268 | 13579 | 243967 |
| b=48 | 865 | 1268 | 4937 | 82946 | 95479 |
| c=273 | 2346 | 954 | 865 | 5287 | 8953 |
| d=96 | 84 | 2389 | 3249 | 695 | 985364 |
- 60)c. Zur kleinsten a zifferigen Zahl die größte b zifferige zu zählen!
- | | | | | | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|-----|----|----|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
| a=2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7. | b=5 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 |

2. Subtraktion.

§ 7. Zieht man von der aus zwei Summanden bestehenden Summe den einen ab, so erhält man den andern. Die zu vermin- dernde Zahl heißt Minuend, die abzuziehende Zahl Subtrahend, das Resultat: Unterschied, Rest oder Differenz. Der dem Subtrahenden vorangehende Minuend wird mit jenem durch einen von links nach rechts gezogenen Strich (Subtraktions- oder Minus- zeichen) verbunden, z. B. $9-4$ ausgespr.: 9 minus (weniger) 4.

Die Differenz, zum Subtrahenden addiert, gibt den Minuenden, z. B. $(9-4) + 4 = 9$, d. i. 9 minus 4 plus 4 gleich 9. Die Klam- mer () deutet die Zusammengehörigkeit der Zahlen 9 und 4 an.

Hat man mehrstellige Zahlen zu subtrahieren, so kann der Bequemlichkeit wegen der Subtrahend so unter den Minuenden ge- schrieben werden, daß die gleichvielten Stellen von rechts nach links genau unter einander stehen und der Subtrahend das Minus- zeichen vor sich hat. Das Subtrahieren selbst kann unter Berück- sichtigung der oben angegebenen Eigenschaft der Differenz auch auf die durch folgendes Beispiel erläuterte Art ausgeführt werden.

$$\begin{array}{r}
 387592 \\
 - 98465 \\
 \hline
 289127
 \end{array}$$

oder

$$387592 - 98465 = 289127$$

Man spricht: 5 und „7“ ist 12, bleibt 1, (was die Zehner- stelle 6 des Subtrahenden zu 7 macht); 7 und „2“ ist 9; 4 und

„1“ ist 5; 8 und „9“ ist 17, (die Ziffer 9 des Subtrahenden wird um 1 erhöht, also 10); 10 und „28“ gibt 38. (Die Ziffern des Subtrahenden sind durch „“ kenntlich gemacht).

§ 8.

Aufgaben.

- 61) $26790028 - 683154$ 62) $31245060 - 19267395$
 63) $74539002856 - 2860354917$ 64) $27003041 - 9214356$
 65) $8129547360 - 95302085$ 66) $372540000 - 185374600$
 67) $428304917 - 5293860$ 68) $70052304891 - 65072984$
 69) $1234567 - 987654$ 70) $8172036 - 4293158$
 71) $30004005 - 9015236$ 72) $123456789 - 98765432$
- 73) Welche Zahl muß zu a) 10756, b) 300748 addiert werden, um bez. a) 13487, b) 2 Mill. 5 Tsd. zu erhalten?
- 74) Wenn die Summe zweier Zahlen a. 125 Tsd., b. 48651 und eine derselben bez. a. 84328, b. 29768; wie groß ist die andere?
- 75) Subtrahiere von der Zahl, welche um 367045 kleiner als 1 Million 50 Tsd. ist, a. die Zahl 29378! b. die Zahl 184763!
- 76) Subtrahiere von der Zahl, welche um 127086 größer ist als 92345, a. die Zahl 189267! b. die Zahl 98672!
- 77) Vermindere 2 Mill. um diejenige Zahl, welche a. um 187096 kleiner, b. um 263905 größer als 1 Mill. ist!
- 78) Wenn die Differenz zweier Zahlen 53786 beträgt und 100350 ist die größere, welches ist die kleinere; wenn aber bei demselben Unterschiede a) 38214, b) 9437 die kleinere Zahl ist, welches ist beziehungsweise die größere?
- 78)a. Von der Summe der Zahlen a und b ist die Differenz von c und d abzuziehen!

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a =	89	345	1738	4629	20347	347815
b =	157	684	982	5798	16894	236978
c =	863	972	2361	9304	42063	810236
d =	698	296	897	1837	34178	527869

- 78)b. Die Summe zweier Zahlen beträgt a, die eine derselben ist um b kleiner als c; wie heißt die andere?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a =	365	920	1457	5028	23056	460582
b =	189	167	928	3765	48679	793865
c =	412	815	2039	9241	61523	981743

- 79) Subtrahiere a von b, die erhaltene Differenz von c und die neue Differenz von d!

	1.	2.	3.	4.
a =	93675	942038	2370564	23456189000

1.	2.	3.	4.
$b = 235849$	21230275	18053927	38170324600
$c = 180236$	38059183	203471086	450023860400
$d = 472915$	93786462	325146900	2536479283700

- 80) Subtrahiere a von b, von der erhaltenen Differenz die Zahl c und die neue Differenz von d!

1.	2.	3.	4.
$a = 23856$	8793260	5380741	45673928
$b = 148970$	9605480	5472983	2370581469
$c = 106853$	43670	81675	938072645
$d = 3817245$	1870540	23604189	4026839007

- 81) Die Oberfläche der Erde beträgt 9261238 Quadratmeilen oder 68722443 Quadratkilometer. Davon nimmt das Wasser 6819596 Qdtm. oder 50606617 qkm ein; wie viel das Land?
- 82) Der grösste Abstand der Erde von der Sonne beträgt 20335400 geographische Meilen, der kleinste 19664600 Meilen; wie groß ist der Unterschied?
- 83) Wenn die Jahreseinnahme 243086195 Mark und die Ausgabe 216197348 *M* beträgt; wie groß ist der Ueberschuss?
- 84) In einem Geschäfte entziffert die Jahreseinnahme 1024350 *M*, die Ausgabe 987465 *M*; wie groß ist der Gewinn?
- 85) Von den anno 1875 bestehenden 27957 Kilometer Eisenbahnen waren 12063 km Staatsbahnen; wie viel km Privatbahnen?
- 86) Das Deutsche Reich vereinnahmte anno 1876 an Zöllen und Rübenzuckersteuer 153874590 Mark; jene trugen 108411460 Mark; wie viel diese?
- 87) Das stehende Heer des Deutschen Reiches beträgt im Frieden 401659, für den Kriegsfuß 1300000 Mann; wie viel mehr?
- 88) Der Erddurchmesser beträgt 1719 Meilen, der der Sonne 192578 Meilen; um wie viel dieser mehr als jener?
- 89) Das Deutsche Reich hat 9818 Quadratmeilen und 42726920 Einw., Oesterreich-Ungarn 11306 Qdtm. mit 35644858 Einw.; um wie viel Quadratmeilen ist dieses größer und wie viel Einwohner zählt jenes mehr?
- 90) England hat 5720 Qdtm. und 33089237 Einw., das Königreich Italien 5381 Qdtm. mit 27482174 Einw.; um wie viel ist jenes größer betreffs Größe und Einwohnerzahl?

3. Addition und Subtraktion.

§ 9. Eine Verbindung von Zahlen, die teils durch das Plus-, teils durch das Minuszeichen an einander gereiht sind, nennt man eine arithmetische oder algebraische Summe, z. B.

$$128 - 79 - 34 + 65 + 81 - 42,$$

Die Zahlen heißen Glieder der arithmetischen Summe, und zwar positive oder negative, je nachdem sie bez. das Zeichen $+$ oder $-$ vor sich haben. Ist die erste Zahl ohne Vorzeichen, so betrachtet man sie als positiv. Die Reihenfolge der Glieder ist eine beliebige; nur ist zu bemerken, daß man die arithmetische Summe, wo möglich, mit einem positiven Gliede beginnt; z. B.

$$128 - 79 + 6 - 34 - 15 = 15 + 128 - 34 - 79 + 6 \text{ u. s. w.}$$

Zur Ermittlung des Wertes einer arithmetischen Summe kann man sich folgender Verfahrensweisen bedienen:

1. Man subtrahiert von der Summe der positiven Glieder die Summe der negativen, wobei die letztere Summe, als solche, stets eingeklammert werden muß; z. B.

$$128 - 79 + 6 - 34 + 15 = 128 + 6 + 15 - (79 + 34) = 36.$$

2. Man vereinigt die beiden ersten Glieder, hierauf dieses Resultat mit dem 3. Gliede etc., jedoch unter steter Berücksichtigung des Vorzeichens; z. B. bei obiger arithmetischen Summe:

$$128 - 79 = 49; 49 + 6 = 55; 55 - 34 = 21; 21 + 15 = 36.$$

3. Man vereinigt je zwei beliebige Glieder, hierauf das Resultat mit einem beliebigen dritten Gliede u. s. f., jedoch so, daß jedes Glied nur einmal in die Rechnung aufgenommen und das Vorzeichen stets berücksichtigt wird; im aufgeführten Beispiel also $128 - 34 = 94$; $94 + 15 = 109$; $109 - 79 = 30$; $30 + 6 = 36$, oder $128 - 79 + 6 - 34 + 15 = 94 - 79 + 6 + 15 = 109 - 79 + 6 = 36$.

Anm. Zu Nr. 1 und 2 ist zu bemerken, daß die Ausführung vorläufig nur dann möglich wird, wenn bei jeder vorzunehmenden Subtraktion eine kleinere Zahl von einer größeren abzuziehen ist.

Folgende Aufgaben sind auf obige 3 Arten zu berechnen:

	1.	2.	3.	4.
91) $a + b + c - d + e - f$	$a = 387$	7305	53879	925340
92) $a + b - c + d - e + f$	$b = 125$	1286	2536	63780
93) $a - b + c - d - e + f$	$c = 94$	993	13482	104210
94) $a - b - c + d - e + f$	$d = 68$	478	9673	358640
95) $a + b - c - d + e - f$	$e = 43$	653	541	269470
96) $a - b - c - d + e - f$	$f = 29$	1384	8057	82560

	1.	2.	3.	1.	2.	3.
97) $a + b - c + d - e - f + g - h$	$a = 196$	792	2381	$e = 23$	17	305
98) $a - b - c + d + e + f - g - h$	$b = 87$	204	792	$f = 9$	31	87
99) $a + b + c - d - e - f + g + h$	$c = 39$	318	63	$g = 12$	23	164
100) $a - b - c - d - e + f - g + h$	$d = 18$	67	456	$h = 7$	19	57

Anm. In diesen wie in den folgenden Aufgaben kommen Buchstaben bloß wegen Raumersparnis vor, weshalb die dafür zu setzenden Zahlwerte stets daneben angegeben sind.

§ 10. Stehen Zahlen mit einander in Verbindung, so werden sie häufig in Klammern eingeschlossen, und zwar in kleinere runde $()$, wenn die Verbindung eine nähere ist; in grössere runde $()$ oder eckige $[\]$, wenn die Verbindung eine entferntere ist.

Jede Klammer kann weggelassen werden, vor der das Pluszeichen steht oder gedacht werden muß; z. B.

$$[15 + (12 - 7)] + [(18 - 5) - 4] = 15 + 12 - 7 + 18 - 5 - 4 = 29.$$

Eine arithmetische Summe wird eingeklammert, wenn sie abzuziehen ist. Jede solche Klammer mit dem Minus-Vorzeichen kann weggelassen oder aufgelöst werden, wenn man ihre einzelnen Glieder mit entgegengesetztem Vorzeichen und zwar in beliebiger Ordnung neben einander schreibt; z. B.

$$137 - (85 - 49 + 26) = 137 - 26 - 85 + 49 = 26 + 49 = 75,$$

da hier von 137 eine arithmetische Summe abzuziehen ist, deren Wert um 26 grösser ist, als der Unterschied von 85 und 49.

Bei der Auflösung von Klammern hat man demnach die beiden einfachen Sätze zu beachten:

1. Steht vor einer Klammer das Pluszeichen, so kommen alle Glieder mit unverändertem Vorzeichen aus der Klammer.

2. Steht vor einer Klammer das Minuszeichen, so kommen alle Glieder mit verändertem (entgegengesetztem) Vorzeichen aus der Klammer.

Finden sich in einem Ausdruck grössere und kleinere Klammern, so gelangt man zum Resultat, wenn man entweder

1. Die Klammern unmittelbar ausrechnet, und zwar die innersten zuerst, oder 2. die Klammern zunächst auflöst, wobei man ebenso gut mit den innern als mit den äussern Klammern beginnen, in einfachen Fällen beide gleichzeitig auflösen kann und hierauf die so erhaltene arithmetische Summe nach § 9 berechnet.

Folgendes Beispiel zeige diese Verfahrensweisen näher:

$$190 - [54 + (87 - 72) - (29 + 18 - 34)] = 190 - (54 + 15 - 13) = 190 - 56 = 134, \text{ oder}$$

$$190 - (54 + 87 - 72 - 29 - 18 + 34) = 190 - 54 - 87 + 72 + 29 + 18 - 34 = 309 - 175 = 134, \text{ oder endlich}$$

$$190 - 54 - (87 - 72) + (29 + 18 - 34) = 190 - 54 - 87 + 72 + 29 + 18 - 34 = 49 + 85 = 134.$$

§ 11. Folgende Aufgaben sind sowohl durch unmittelbares Ausrechnen als durch Auflösen der Klammern zu lösen.

101) $a + (b + c)$

102) $a - (b + c)$

103) $a + (b - c)$

104) $a - (b - c)$

105) $a + (b - c + d)$

106) $a - (b + c - d)$

- 107) $a + (b - c - d)$ 108) $a - (b - c - d)$ 109) $a + [(b + c) - d]$
 110) $a - [(b - c) - d]$ 111) $a - [(b + c) - d]$ 112) $a - [(b - c) + d]$
 113) $a + [b - (c + d)]$ 114) $a + [b - (c - d)]$ 115) $a - [b + (c - d)]$
 116) $a + (b - c + d) - (e + f)$ 117) $a - (b - c) + (d - e + f)$
 118) $(a + b) - (c - d) + (e - f)$ 119) $(a - b) + (c - d) - (e - f)$
 120) $a + [(b + c - d) - (e + f)]$ 121) $a - [(b - c) + (d - e + f)]$
 122) $[(a - b) + c] - [d - (e - f)]$ 123) $[a + (b - c)] - [(d + e) - f]$
 124) $[(a - b + c) - d] + (e - f)$ 125) $[(a - b) - (c - d + e)] - f$
 126) $a + [(b - c - d) + (e - f)]$ 127) $a - [(b + c) - (d - e + f)]$
 128) $[(a + b - c) - (d + e)] - f$ 129) $[(a - b) + (c - d - e)] + f$

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
$a = 98$	263	580	825	1346	3429	8235	46239
$b = 27$	109	239	368	627	1068	3629	10385
$c = 24$	48	148	247	289	570	1094	7694
$d = 13$	27	72	114	135	234	487	2058
$e = 6$	15	24	82	84	119	213	1302
$f = 2$	8	13	29	43	65	169	547

- 130) $a + (b - c) + (d + e) - (f + g - h)$
 131) $a - (b - c + d) + (e - f - g) - h$
 132) $(a - b) - (c + d - e) + (f - g + h)$
 133) $a + (b - c - d + e) - f - (g - h)$
 134) $(a + b) - (c + d - e - f - g) - h$
 135) $(a - b - c) + (d + e) - (f - g) - h$
 136) $[(a + b) - c] - [(d + e) - (f - g) - h]$
 137) $a - [(b + c - d) - (e + f)] + (g - h)$
 138) $a + [(b - c) + (d + e) - (f - g) - h]$
 139) $a - [(b + c - d) + (e - f - g) + h]$
 140) $(a - b) + [(c + d - e) - (f - g + h)]$

	1.	2.	3.	4.
$a = 98$	167	621	1467	
$b = 13$	79	280	623	
$c = 21$	38	127	295	
$d = 11$	16	54	138	
$e = 6$	9	23	59	
$f = 3$	4	11	27	
$g = 2$	3	5	13	
$h = 1$	2	4	6	

- 141) Ein Luftballon erhob sich 5840 Meter über die Erde, sank darauf 2975 m, stieg wieder 3682 m und fiel abermals 1364 m. Wie hoch stand er zuletzt über der Erde?
- 142) Ein Spieler gewann anfangs 147 Mark, verlor darauf 83 und 75 M., gewann wieder 62 und 102 M. und verlor zuletzt 94 und 128 M. Wie viel hat er verloren?
- 143) Ein Schiffer hatte eine Ladung von 17965 kg. Davon gab er 870, 624, 1235, 1732 und 963 kg ab und bekam dafür 389, 1045, 714 und 1320 kg. Wie groß ist jetzt die Ladung?
- 144) Bei einer Hinterlassenschaft finden sich 675 M. an barem Gelde, 11500 M. an Wertpapieren, sodann ein Anwesen, das 27825 M. gekostet, jetzt aber 4375 M. mehr wert ist und an ausstehenden Kapitalien 1750 M., 948 M. und 8500 M. Hievon gehen aber an Taxen, kleineren Legaten u. s. w. 3964 M. ab. Wie viel bleiben den Erben übrig?

- 145) Das Deutsche Reich zählt 42726920 Einwohner. Darunter sind 25600000 Protest., 14900000 Kath. und 512000 Juden. Wie viel zählen zu den übrigen Religionsparteien?
- 146) Bayern hat 1378 Qdtml. (= 75877 qkm) und 5022990 Einw. Württemberg 354 Qdtml. (= 19504 qkm) mit 1881505 Einw. Sachsen 272 Qdtml. (= 14990 qkm) mit 2760342 Einw. und Baden 274 Qdtml. (= 15100 qkm) mit 1507179 Einw. Um wie viel Qdtml. und qkm ist Bayern grösser und wie viel Einwohner hat es weniger als die genannten 3 Bundesstaaten?
- 147) Das Flufsgebiet der Donau beträgt 14628 Quadratmeilen, das des Rheines 4079, das der Elbe 2815 und das der Oder 2438 Qdtml. Um wie viel ist das Donaugebiet grösser als das der andern drei Flüsse zusammen?
- 148) Das Budget des Deutschen Reiches entzifferte an Einnahmen und Uebersehüssen vom Vorjahre pro 1876: 474256998 *M*; darunter waren an Zöllen 108411460 *M*, an Rübenzuckersteuer 45463130 *M*, an Salzsteuer 33342470 *M*, an Branntweinsteuer 35631859 *M*, an Biersteuer 14416660 *M*, an Matrikularbeiträgen 71376215 *M*; wie viel betrugen die übrigen Einnahmen zusammen?
- 149) Die Zahl der Baumwollspindeln betrug a: 1876 im Deutschen Reiche 5 Mill., in Oesterreich-Ungarn 1800000, in Frankreich 4800000, in Italien 1200000, in Spanien 1400000, in Russland 2200000, in den Vereinigten Staaten von Nordamerika 9300000 und in England 36600000; wie viel hier mehr als in allen übrigen Staaten zusammen?
- 150) An Eisenbahnen besitzt das Deutsche Reich 28000 Kilometer, Oesterreich-Ungarn 16238, England 27000, Frankreich 21761, Italien 7700, Spanien 5900 und die Vereinigten Staaten von Nordamerika 120000 Kilometer. Wie viel besitzen diese mehr als alle übrigen Staaten zusammen?

4. Multiplikation.

§ 12. Ist eine Zahl öfter zu sich selbst zu addieren, so schreibt man den gleichen Summanden nur einmal, daneben die Anzahl der gleichen Summanden und verbindet beide Zahlen durch einen Punkt (·) oder ein liegendes Kreuz (×); z. B.

$$6 + 5 + 5 = 5 \cdot 3; \text{ ausgesprochen } 3 \text{ mal } 5.$$

Der gleiche Summand wird durch diese Vereinfachung zum Multiplikanden; die Anzahl der gleichen Summanden zum Multiplikator und das Resultat zum Produkt. Es ist

$$5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5.$$

Deshalb hat man für Multiplikand und Multiplikator den gemeinschaftlichen Namen Faktor, womit angedeutet ist, daß man von je zwei Faktoren jeden beliebigen zum Multiplikanden und den andern zum Multiplikator wählen kann. Zwei Zahlen multiplizieren heißt: die eine Zahl so oft zu sich selbst addieren, als die andere Einheiten hat. Wie die Reihenfolge der Summanden, so ist auch die Reihenfolge der Faktoren eine beliebige.

$$14 \cdot 27 = 27 \cdot 14 \text{ und } 15 \cdot 43 \cdot 89 = 43 \cdot 89 \cdot 15 = 89 \cdot 15 \cdot 43 \text{ u. s. f.}$$

Daher können auch in jedem Produkt, das aus mehr als zwei Faktoren besteht, zuerst irgend zwei derselben verbunden werden, hierauf das Produkt derselben mit einem dritten beliebigen Faktor u. s. f.; nie darf jedoch der nur einmal vorhandene Faktor öfter als einmal an die Reihe kommen

Anm. Zur schnellen und sicheren Ausführung der Multiplikation ist es unumgänglich nötig, das Kopfrechnen so häufig zu üben, daß die Produkte ein- und zweistelliger Zahlen geläufig sind.

§ 13. Ist eine Zahl mit 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. zu multiplizieren, so hängt man ihr so viele Nullen an, als diese sogenannten Zehnerzahlen deren haben, weil man durch die entsprechende Verrückung der Ziffern von rechts nach links einen ebenso vielfachen Wert erhält; z. B. $4785 \cdot 1000 = 4785000$.

2. Soll eine mehrstellige Zahl mit einer einstelligen multipliziert werden, so wählt man letztere zum Multiplikator und multipliziert, mit der Einerstelle beginnend, sämtliche Ziffern des Multiplikanden der Reihe nach. In das Resultat setzt man, so lange man nicht bei der höchsten Stelle des Multiplikanden angelangt ist, von jenen Teilprodukten nur die Ziffer der entsprechenden Stelle; die dieser vorausgehende Ziffer ist zu dem nächstfolgenden Teilprodukt zu addieren; z. B. $8327 \cdot 9 = 74943$.

3. Ist eine mehrstellige Zahl mit einer andern zu multiplizieren, bei der bloß die Ziffer der höchsten Stelle von 0 verschieden ist, so hat man nur mit dieser Ziffer zu multiplizieren und dem Produkte so viele Nullen anzuhängen, als der genannten Ziffer Nullen folgen; z. B. $5083 \cdot 6000 = 30498000$.

4. Sind zwei mehrstellige Zahlen mit einander zu multiplizieren, so denke man sich den Multiplikator nach den einzelnen Stellen in Summanden zerlegt; z. B. $4872 = 4000 + 800 + 70 + 2$. Hierauf multipliziert man den Multiplikanden mit jedem dieser Summanden und addiert endlich die nach ihrem Stellwerte unter einander geschriebenen Teilprodukte. Die Reihenfolge, nach der man die erwähnten Summanden als Faktoren benützt, ist eine beliebige; nur muß ihr Stellwert genau beachtet werden.

$$\begin{array}{r}
 6953 \cdot 4872 \\
 \hline
 13906 \\
 486710 \\
 5562400 \\
 27812000 \\
 \hline
 33875016
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6953 \cdot 4872 \\
 \hline
 27812 \dots \\
 55624 \dots \\
 48671 \dots \\
 13906 \\
 \hline
 33875016
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 6953 \cdot 4872 \\
 \hline
 55624 \\
 13906 \\
 27812 \\
 48671 \\
 \hline
 33875016
 \end{array}$$

Anm. 1. Die den Teilprodukten anzuhängenden Nullen können entweder weggelassen oder durch Punkte ersetzt werden. Die niedrigsten Stellen der einzelnen Teilprodukte entsprechen dann genau den Stellen der sie erzeugenden Ziffern des Multiplikators.

Anm. 2. Da jedes Produkt mit dem Faktor 0 selbst Null wird, so kann jede Null des Multiplikators übergangen werden; nur hat man die Stellwerte der Ziffern desselben wohl zu beachten.

§ 14. Vorteile beim Multiplizieren.

1. Vor allem wähle man denjenigen Faktor zum Multiplikator, der die wenigsten Stellen oder bei vorhandener Stellengleichheit die kleinsten Ziffern hat, wobei die Null nicht mitzurechnen ist, da jedes Produkt mit dem Faktor 0 selbst Null wird.

2. Man gewöhne sich, die Multiplikation mehrstelliger Zahlen sowohl mit der höchsten, als auch mit der niedrigsten Stelle des Multiplikators zu beginnen. Besonders vorteilhaft wird dies, wenn eine der Ziffern des Multiplikators 1 ist, da man dann den Multiplizierten selbst als das Produkt desselben mit 1 betrachten kann; z. B.

$$\begin{array}{r}
 9286 \cdot 1347 \\
 \hline
 27858 \\
 37144 \\
 65002 \\
 \hline
 12608242
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8746 \cdot 5921 \\
 \hline
 17492 \\
 78714 \\
 43730 \\
 \hline
 51785066
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7329 \cdot 4108 \\
 \hline
 29316 \\
 58632 \\
 \hline
 30107532
 \end{array}$$

3. Das letzte Teilprodukt kann man unter Berücksichtigung des Wertes seiner niedrigsten Stelle sogleich einaddieren. Zur Vermeidung jedes Fehlers setze man über die zuletzt benützten Ziffern des Multiplikanden feine Punkte; z. B.

$$\begin{array}{r}
 9286 \cdot 1347 \\
 \hline
 27858 \\
 37144 \\
 \hline
 12508242
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7746 \cdot 5921 \\
 \hline
 17492 \\
 78714 \\
 \hline
 51785066
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 7329 \cdot 4108 \\
 \hline
 29316 \\
 \hline
 30107532
 \end{array}$$

4. Sehr einfach wird das Verfahren mit solchen zweistelligen Zahlen, deren eine Ziffer 1 ist. Bei der Multiplikation mit 11 wird die Einerstelle des Multiplikanden auch die des Produkts; jede höhere Stelle desselben findet man dadurch, daß man, mit der Einerstelle beginnend, je zwei neben einander stehende Ziffern addiert und die herüberzunehmende Stelle einrechnet. Addiert man

die zuletzt herüber zu nehmende zur höchsten Stelle des Multiplikanden, so erhält man die höchste Stelle des Resultats; z. B.

$$\begin{array}{r} 7349 \cdot 11 \\ \hline 80839 \end{array} \quad \begin{array}{r} 34578 \cdot 17 \\ \hline 587826 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9054 \cdot 41 \\ \hline 371214 \end{array} \quad \begin{array}{r} 6413 \cdot 61 \\ \hline 391163 \end{array}$$

5. Lassen sich grössere Multiplikatoren in Faktoren zerlegen, so ist dies in vielen Fällen von Vorteil; z. B.

$$\begin{array}{r} 84376 \cdot 72 \\ \hline 675008 \cdot 9 \\ \hline 6075072 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7359 \cdot 248 \\ \hline 228129 \cdot 8^{(3)} \\ \hline 1825032 \end{array} \quad \begin{array}{r} 105487 \cdot 285 \\ \hline 2004253 \cdot 15^{(19)} \\ \hline 30063795 \end{array}$$

6. Hat ein Faktor, oder haben beide Faktoren am Ende (rechts) Nullen, so multipliziert man zunächst die beiden Faktoren mit Ausschluß der Nullen und hängt dem Produkte rechts so viele Nullen an, als beide Faktoren zusammen haben.

$$\begin{array}{r} 534700 \cdot 1835 \\ \hline 42776 \\ 16041 \\ \hline 981174500 \end{array} \quad \begin{array}{r} 96853000 \cdot 742100 \\ \hline 193706 \\ 387412 \\ \hline 71874611300000 \end{array}$$

7. Eine Zahl wird mit 25, 125, 625 etc. multipliziert, wenn man ihr bez. 2, 3, 4 etc. Nullen anhängt, und hierauf durch 4, 8, 16 etc. dividiert; denn 25 ist der vierte Teil von 100; 125 der achte Teil von 1000 etc.; z. B.

$$\begin{array}{r} 73254 \cdot 25 \\ \hline 00 \\ 1831350 \end{array} \quad \begin{array}{r} 95208 \cdot 125 \\ \hline 000 \\ 11901000 \end{array} \quad \begin{array}{r} 37249 \cdot 625 \\ \hline \\ 23280625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4237 \cdot 3125 \\ \hline \\ 13240625 \end{array}$$

8. Auf ähnliche Weise vereinfacht man die Multiplikation einer Zahl mit einem Vielfachen von 25, 125, 625 u. s. w.; z. B.

$$\begin{array}{r} 9203 \cdot 175 \\ \hline 64421 \cdot 25^{(7)} \\ \hline 00 \\ 1610525 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3487 \cdot 375 \\ \hline 10461 \cdot 125^{(3)} \\ \hline ... \\ 1307625 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8375 \cdot 5625 \\ \hline 75375 \cdot 625^{(9)} \\ \hline \\ 47109375 \end{array}$$

9. Nähert sich der Multiplikator den Zahlen 100, 1000 etc., so denkt man sich dem Multiplikanden bez. 2, 3 etc. Nullen angehängt und subtrahiert davon das Produkt aus dem Multiplikanden und der Ergänzung des Multiplikators auf 100, 1000 etc. Wendet man die in § 7 erklärte Subtraktions-Methode an, so braucht man das abzuziehende Teilprodukt nicht erst anzuschreiben.

$$\begin{array}{r} 73264 \cdot 93 \\ \hline 00 \\ 6813552 \end{array} \quad \begin{array}{l} (100-7) \text{ Man sagt: } 7 \text{ mal } 4 \text{ ist } 28 \text{ und „2“ gibt } 30, \text{ bleibt } 3; \\ 7 \cdot 6 \text{ und } 3 \text{ ist } 45 \text{ und „5“ gibt } 50, \text{ bleibt } 5; \\ 7 \cdot 2 + 5 = 28 \text{ und „5“ ist } 24, \text{ bleibt } 2 \text{ u. s. w.} \end{array}$$

Die durch „⁴“ hervorgehobenen Ziffern bilden das gesuchte Produkt.

$\begin{array}{r} 34785 \quad 996 \\ \quad \quad \quad 000 \\ \hline 34645860 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20735 \cdot 9992 \\ \quad \quad \quad 0000 \\ \hline 207184120 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15483 \cdot 99995 \\ \quad \quad \quad \dots\dots \\ \hline 1548222585 \end{array}$
--	---	---

10. Stehen zwischen der niedrigsten und höchsten Stelle des Multiplikators Neuner, so ergänzt man z. B. 4993 auf 5000, und zieht vom 5000fachen Multiplikanden sogleich den 7fachen ab.

$\begin{array}{r} 87645 \cdot 4993 \\ \hline 438225000 \quad (5000 - 7) \\ \hline 437611485 \end{array}$	$\begin{array}{r} 72845 \cdot 89994 \\ \hline 6556050000 \quad (90000 - 6) \\ \hline 6555612930 \end{array}$
--	--

11. Ist der Multiplikator eine der Zahlen 111, 101, 1001, 1101 etc., so wird man auf Grund der vorangegangenen Erklärungen die Produkte sogleich niederschreiben können.

$\begin{array}{r} 5397 \cdot 111 \\ \hline 598957 \end{array}$	$\begin{array}{r} 2469 \cdot 101 \\ \hline 249369 \end{array}$	$\begin{array}{r} 83756 \cdot 1001 \\ \hline 83839756 \end{array}$
--	--	--

12. Endlich kann die Multiplikation wesentlich vereinfacht werden, wenn mehrere neben einander stehende Ziffern des Multiplikators Zahlen bilden, die von andern im Multiplikator vorkommenden Zahlen Vielfache bilden. So ist z. B. in dem Multiplikator 64081576 die Zahl 64 das 8fache von 8 und 576 das 9fache von 64. Man multipliziere deshalb den Multiplikanden zunächst mit 8, dieses 8fache wieder mit 8, zuletzt dieses 64fache mit 9, ($9 \cdot 64 = 576$) Beim Niederschreiben dieser Teilprodukte muß man natürlich den Wert ihrer niedrigsten Stellen sorgfältig beachten.

$\begin{array}{r} 42879 \cdot \overline{6317} \\ \quad \quad \quad 300153 \\ \hline 270866643 \end{array}$	$\begin{array}{r} 9532416 \cdot \overline{10654 \, 432} \\ \quad \quad \quad 57194496 \dots \\ \quad \quad \quad 514750464 \dots \\ \hline 101562478067712 \end{array}$
--	---

§ 15.

Aufgaben.

- 151) Multipliziere die Zahlen 379, 2546, 18375, 90670 mit 11!
- 152) $348 \cdot 13$; $9637 \cdot 15$; $305620 \cdot 1600$; $192800 \cdot 17$; $4537 \cdot 190$.
- 153) $967 \cdot 21$; $3854 \cdot 31$; $825430 \cdot 610$; $61358 \cdot 4100$; $73928 \cdot 71$.
- 154) $3746 \cdot 25$; $2937 \cdot 125$; $146700 \cdot 625$; $83721 \cdot 3125$; $9378 \cdot 1250$.
- 155) $1807 \cdot 75$; $362 \cdot 225$; $9430 \cdot 3750$; $64289 \cdot 1250$; $273549 \cdot 1375$.
- 156) $823 \cdot 36$; $7682 \cdot 48$; $41223 \cdot 6500$; $98745 \cdot 76$; $326400 \cdot 136$.
- 157) $249 \cdot 14400$; $833400 \cdot 169$; $13765 \cdot 720$; $430081 \cdot 256000$.
- 158) $3564 \cdot 97$; $4837200 \cdot 92$; $503724 \cdot 993$; $192876 \cdot 99800$.
- 159) $483 \cdot 296$; $592700 \cdot 492$; $396251 \cdot 6998$; $70560 \cdot 399500$.
- 160) $257 \cdot 110$; $4603 \cdot 444$; $65382 \cdot 111$; $71965 \cdot 1010$; $537490 \cdot 1001$.

- 161) $783 \cdot 777$; $9256 \cdot 505$; $12530 \cdot 8008$; $32914 \cdot 3330$; $46928 \cdot 1919$.
 162) $532 \cdot 128$; $6428 \cdot 317$; $29051 \cdot 841$; $87263 \cdot 4157$; $7156 \cdot 985$.
 163) $70058 \cdot 45$; $32904 \cdot 1760$; $819 \cdot 120304$; $70420 \cdot 5210$; $9870 \cdot 650$.
 164) $261004 \cdot 3700$; $860300 \cdot 71400$; $3540002 \cdot 98010$; $427300 \cdot 9630$.
 165) $13 \cdot 41 \cdot 52$; $27 \cdot 25 \cdot 64$; $48 \cdot 125 \cdot 7396$; $81 \cdot 144 \cdot 1728$; $125 \cdot 125$.
 166) $3456 + 3456 + 3456 + 3456 + 3456 - 983 - 983 - 983 - 983 - 983 - 983$.
 167) $1203405 - 87962 - 87962 + 1203405 + 1203405 - 87962 - 87962 + 1203405$.
 168) $19 \cdot 278 + 27 \cdot 645 + 3024 \cdot 39$; $1624 \cdot 51 - 739 \cdot 48 + 1036 \cdot 93 - 84 \cdot 75$.
 169) $1046 \cdot 34 + 34 \cdot 829 - 1293 \cdot 34$; $953 \cdot 1387 - 769 \cdot 953$; $530 \cdot 6700 \cdot 250$.
 180) $12 \cdot 144 \cdot 1728$; $169 \cdot 13 \cdot 2197$; $256 \cdot 16 \cdot 4096$; $625 \cdot 25 \cdot 15625$.
 171) $2387500 \cdot 64137$; $793586 \cdot 420150$; $1386794 \cdot 830014700$.
 172) $45378 \cdot 9136$; $26047 \cdot 8561$; $92580 \cdot 17028$; $362485 \cdot 601540$.
 173) $93800572 \cdot 847128$; $52679430 \cdot 56018224$; $27935800 \cdot 8109100$.
 174) $2367489 \cdot 1576872$; $47386590 \cdot 34307149$; $2605837 \cdot 16901310$.
 175) $7638100 \cdot 403060$; $91030450 \cdot 40360010$; $3400092 \cdot 71050060$.

175)a. Welche Zahl ist a mal so groß als das b-fache von c?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a=36		24	125	256	512	340	405	1043
b=25		75	64	250	625	578	698	2998
c=99		86	148	375	480	499	564	3125

175)b. Welche Zahl erhält man, wenn die Summe aus a und b mit der Differenz zwischen c und d multipliziert wird?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a=87		94	142	271	436	685	1357	7642
b=63		76	98	189	375	438	2186	8537
c=91		82	203	794	506	827	4038	9021
d=45		37	157	408	219	396	3239	6134

175)c. Wie groß ist 1) die Summe, 2) der Unterschied der beiden Produkte a · b und c · d?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a=45		75	125	256	394	581	649	992
b=89		64	96	375	407	625	587	768
c=36		49	84	176	289	417	758	874
d=53		81	110	298	325	560	493	695

175)d. Ein Tuchhändler erhält eine Sendung von a Stück Tuch in 3 Sorten, und zwar von der 1. Sorte b Stck à c Meter, von der 2. Sorte d Stck à f Meter und von der 3. hält jedes Stck g Meter. Wie viel Meter beträgt die Sendung und was hat er dafür zu zahlen, wenn die 1. Sorte m Mark per Meter kostet und jede folgende um n $\mathcal{M}$ teurer ist als die vorhergehende?

1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
a=60	58	72	84	96	f=28	30	36	32	29
b=12	16	20	25	28	g=32	28	30	29	33
c=30	32	28	34	31	m=8	9	6	7	10
d=27	25	32	30	32	n=2	1	3	2	2.

- 176) Von 175 Schülern zahlt jeder jährlich 64 $\mathcal{M}$ und von 235 Schülern jeder 84 $\mathcal{M}$; wie viel macht es im ganzen?
- 177) 1 Kanne Oel kostet 83 $\mathcal{R}$; wie teuer sind 250 Kannen?
- 178) Ein gemeines Jahr von 365 Tagen à 24 Std à 60 Min à 60 Sek hat wie viel a. Stunden? b. Minuten? c. Sekunden?
- 179) Jede von 12 Kisten hat 100 Päckchen à 5 Stränge à 24 Faden à 25 Perlen; wie groß ist die Gesamtzahl der Perlen?
- 180) Bei Verteilung des Soldes wurden 26 Reihen aufgestellt und in jeder Reihe 18 Mann; wenn nun jeder 8 $\mathcal{M}$ erhielt; wie viel Geld wurde im ganzen verteilt?
- 181) Multipliziere die Summe: $34062 + 1897 + 123045$ mit 8025 und subtrahiere von dem Produkte das 144fache von 2987?
- 182) Der Erdumfang hat 360 Grad à 15 Ml. ; wie viel im ganzen?
- 183) Wer wöchentl. 59 $\mathcal{M}$ braucht, muß wie viel jährl. einnehmen?
- 184) Wie hoch kommen a) 765 Ztr. à 49 $\mathcal{M}$, b) 1043 cbm à 19 $\mathcal{M}$?
- 185) In 1 Woche fertigt man 29 Stck.; wie viel in 156 Wochen?
- 186) Ein Land von 335 Qml à 9148 Einw. hat wie viel im ganzen?
- 187) Von einem Buch à 46 Bogen werden 1575 Exemplare gedruckt; wie viel Bogen sind hiezu nötig?
- 188) Der Schall legt in 1 Sek. 306 m zurück. Wie viel das Licht, welches sich 978146 mal so schnell als der Schall bewegt?
- 189) Wenn ein Dach 32 Reihen à 45 Ziegel hat; wie viel im ganzen?
- 190) Der Durchmesser der Erde beträgt 1719 Meilen; der der Sonne ist 112 mal so groß; wie groß ist der letztere?

5. Division.

§ 16. Von jedem aus zwei Faktoren entstandenen Produkte kann man den einen Faktor so oft wegnehmen, als der andere Einheiten hat. Dies wiederholte Subtrahieren heißt dividieren, und zwar nennt man das gegebene Produkt Dividend, den bekannten Faktor Divisor und den gesuchten Faktor Quotient. Der dem Divisor stets vorangehende Dividend wird mit jenem durch zwei übereinander stehende Punkte (Divisionszeichen) verbunden; z. B. $28:7$, ausgesprochen 28 (dividiert) durch 7. Hier ist 28 der Dividend, 7 der Divisor und $28:7$ oder 4 der Quotient. Der Quotient, mit dem Divisor multipliziert, gibt den Dividenten; z. B.

$(28:7) \cdot 7 = 28$; denn man erhält offenbar 28, wenn man 7 so oft zu sich selbst addiert, als man 7 von 28 wegnehmen kann.

Sehr häufig ist der Divisor im Dividenden nicht ohne Rest enthalten, d. h. es findet sich dann nicht eine ganze Zahl, die, mit dem Divisor multipliziert, den Dividenden gibt. In diesem Falle muß das Dividieren so lange fortgesetzt werden, bis der Rest kleiner wird als der Divisor. Das um den Rest vermehrte Produkt aus Divisor und Quotient gibt den Dividenden; z. B. $93:8$ gibt 11 als Quotienten und 5 als Rest, daher ist

$$93 = 8 \cdot 11 + 5.$$

Das Dividieren besteht demnach darin, daß man eine ganze Zahl (Quotient) sucht, welche, mit dem Divisor multipliziert, entweder genau den Dividenden gibt, oder ein Produkt, dessen Ergänzung auf den Dividenden kleiner ist, als der Divisor.

Soll durch mehrere Zahlen dividiert werden, etwa die Zahl 1728 durch 9, der sich ergebende Quotient durch 8, der so entstandene Quotient durch 12, so wäre diese Aufgabe eigentlich in folgender Weise zu schreiben: $[(1728:9):8]:12$. Man setzt jedoch dafür kurz $1728:9:8:12$, indem man überhaupt bei jedem Ausdruck ohne Klammer, der nur Operationszeichen der beiden ersten oder letzten Spezies enthält, annimmt, daß die in demselben vorkommenden Zahlen in der Weise als zusammengehörig zu denken sind, wie sie von links nach rechts auf einander folgen.

Die Reihenfolge der Divisoren ist eine beliebige; z. B. $1728:9:8:12 = 1728:8:12:9 = 1728:12:9:8 = 1728:12:8:9 = 2$. Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man den Dividenden durch das Produkt aus sämtlichen Divisoren dividiert; z. B.

$$1728:9:8:12 = 1728:(9 \cdot 8 \cdot 12) = 1728:864 = 2.$$

§ 17. Bei jeder Division kann man sogleich die Zifferanzahl des Quotienten angeben, da die linksstehende erste Ziffer des Quotienten mit derjenigen Ziffer des Dividenden den gleichen Stellwert hat, von welcher die Einerstelle des ersten Teilproduktes abgezogen wird. So ist z. B. der Quotient von $2354679:581$ vierzifferig, da die Einerstelle des ersten Teilproduktes ($581 \cdot 4 = 2324$) unter die Ziffer 4 des Dividenden zu stehen käme, und diese den Stellwert 1000 hat. Durch die oben gelehrt zweite Subtraktions-Methode ergibt sich auch eine bedeutende Abkürzung. Man subtrahiert nämlich das Produkt aus dem Teilquotienten und dem Divisor, ohne dasselbe niederzuschreiben, wodurch man natürlich mit der Hälfte der sonst nötigen Ziffern ausreicht. Zur Aufklärung ist hier ein Beispiel auf dreierlei Art ausgeführt. Die erste möge das Wesen der Division zeigen, die zweite das sehr häufig noch angewendete

praktische Verfahren und die dritte die durch obige Subtraktionsmethode mögliche Abkürzung.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 368537294 \overline{) 7946} \\
 \underline{317840000} \quad 40000 + 6000 \\
 50697294 \quad + 300 + 80 + 0 \\
 \underline{47676000} \\
 3021294 \text{ Quotient: } 46380 \\
 2383800 \text{ Rest: } 1814 \\
 \underline{637494} \\
 635680 \\
 \underline{} \\
 1814
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 368537294 \overline{) 7946} \\
 \underline{31784} \quad 46380 \\
 50697 \\
 \underline{47676} \\
 30212 \\
 23838 \\
 \underline{63749} \\
 23568 \\
 \underline{} \\
 1814
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3. \quad 368537294 \overline{) 7946} \\
 \underline{50697} \quad 46380 \\
 30212 \\
 \underline{63749} \\
 1814
 \end{array}$$

Bei Nr. 3 spricht man: 4 mal 6 und „9“ ist 38, bleibt 3; 4.4+3=19 und „6“ gibt 25, bleibt 2; 4.9+2=38 und „0“ ist 38, bleibt 3; 4.7+3=31 und „5“ gibt 36. Die den ersten Rest bildenden Ziffern sind durch „“ hervorgehoben.

§ 18.

Aufgaben.

- 191) 86203:19; 5035123:61; 2515678:41; 369125:125; 135525:75.
 192) 368736:48; 7504620:76; 35856:144; 110100736:256;
 142968:296. 193) 4450224:92; 142968:296; 56540:22;
 68096:64; 991080:72. 194) 279675:45; 27552:32;
 45600:96; 32912:88; 79360:124. 195) 62208:108;
 47232:128; 92160:320; 186624:1728; 393750:625.
 196) 123480:98; 328185:351; 9876543:864; 4608357:507.
 197) 42506394:1854; 870234619:6308; 7253148900:39864.
 198) 130695400:538; 3652941000:8296; 61549238000:9526.
 199) 642005893:6172; 258371960:4731; 927054326:24538.
 200) 3479816000:8694; 1890235764:38752; 5302481970:50721.
 201) 792600345:52783; 4003076289:39647; 8276390000:6478.
 202) 2288282632:25387; 932864715:94826; 280406477:46789.
 203) 5449252662:89243; 26817945:2694; 781195329:17063.
 204) 623458634800:523714; 1978632143900:37506480.
 205) 5197213446231:72986307; 6097853214964:213478965.

205)a. Das Produkt zweier Zahlen ist a, der eine Faktor b; welches ist der andere Faktor?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a =	171612	288375	840078	1006632	1026270	17124480
b =	908	769	846	984	1267	1728

205)b. Das mfache einer gewissen Zahl ist n. Wie heisst diese Zahl?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
m =	89	123	167	247	365	498	673
n =	6764	11562	18203	46683	99645	259458	554552

205)c. Welche Zahl gibt a mal zu sich addiert b, oder wie oft kann man a von b subtrahieren?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
a =	67	207	351	416	574	732	675
b =	5427	25875	50544	117728	366786	615612	612900

205)d. Der Wert eines Quotienten ist a. Wie heisst 1. der Dividend, wenn der Divisor b, 2. der Divisor, wenn der Dividend b ist?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
a =	89	97	103	127	159	175
b =	6497	8245	10094	16764	22737	29575

205)e. Wie oft ist der mte Teil von n in p enthalten?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
m =	23	35	47	54	68	79	81
n =	851	1785	3337	5022	9248	13272	14013
p =	1591	3213	5964	11811	19584	30744	33735

§ 19. Vorteile beim Dividieren.

1. Divisionen mit ein- und nicht zu grossem zweistelligem Divisor können ausgeführt werden, ohne dass man die einzelnen Reste niederschreibt; z. B.

372058:9	627130:19	1056784:29
Quot. 41339, Rest 7.	33059; 14.	36440; 24.

2. Ist durch 10, 100, 1000 u. s. w. zu dividieren, so schneidet man von den rechts stehenden Ziffern des Dividenden beziehungsweise 1, 2, 3 u. s. w. Stellen ab. Diese bilden den Rest, die links stehenden aber den Quotienten; z. B.

86754:100	1279458:1000	39800679:10000
Quot. 867 54 Rest	1279 458	3980 679.

3. Endigt der Divisor rechts auf eine oder mehrere Nullen, so schneidet man sowohl diese, als ebensoviel rechts stehende Stellen des Dividenden ab, und dividiert mit den zur Linken verbleibenden Stellen des Divisors in die entsprechenden Stellen des Dividenden. Geht die Division auf, so bilden die abgeschnittenen Stellen des Dividenden den Rest; ausserdem fügt man sie dem Reste an; z. B.

512784 69:837 00	13056780 000:6479 000
1058 612 Quotient.	29878 2015 Quotient.
2214	33990
54069	1595000 Rest.

4. Da 25, 125, 625 etc. bez. den 3^{ten}, 8^{ten}, 16^{ten} etc. Teil von 100, 1000, 10000 etc. bilden, so dividiert man durch jene Zahlen, indem man den Dividenden bez. mit 4, 8, 16 etc. multipliziert und von dem Produkte bez. 2, 3, 4 etc. Stellen abschneidet. Dividiert man die abgeschnittenen Stellen bez. durch 4, 8, 16 etc., so erhält man den Rest, der stets eine ganze Zahl ist; z. B.

$\begin{array}{r} 926468 : 25 \\ \hline 37018 \overline{) 72} \end{array}$	$\begin{array}{r} 21376159 : 125 \\ \hline 171011 \overline{) 672} \end{array}$	$\begin{array}{r} 7058394 : 625 \\ \hline 11293 \overline{) 4304} \end{array}$
Quotient, Rest 18	Quotient, Rest 84.	Quotient, Rest 269.

5. Ist der Divisor ein Teil einer sogenannten Rangzahl, z. B. der vierte Teil von 300, 500, 700 etc., oder der achte Teil von 3000, 5000, 7000 etc., so multipliziert man den Dividenden bez. mit 4, 8 etc. und dividiert dieses Produkt durch die entsprechende Rangzahl. Der bei der Division verbleibende Rest gibt bez. durch 3, 8 etc. dividiert den wahren Rest; z. B.

$\begin{array}{r} 249673 : 175 \\ \hline 9986 \overline{) 92 : 7 \overline{) 00}} \\ \hline 1426 \quad 492 : 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3674051 : 875 \\ \hline 29399 \overline{) 608 : 7 \overline{) 000}} \\ \hline 4199 \quad 6608 : 8 = 826 \\ \hline \end{array}$
Quotient 123	Quotient Rest.

6. Läßt sich der Divisor in zwei oder mehrere Faktoren zerlegen, so dividiert man durch die einzelnen Faktoren, indem man zugleich die allenfallsigen Reste anmerkt. Der letzte Quotient ist der gesuchte. Um den eigentlichen Rest zu finden, multipliziert man den letzten Rest mit dem vorhergehenden Divisor, addiert zu diesem Produkt den vorhergehenden Rest, multipliziert diese Summe mit dem drittletzten Divisor und fährt in dieser Weise fort, bis man mit der Addition des ersten Restes schließt; z. B.

$\begin{array}{r} 603136 : 152 \\ \hline 8 \cdot 19 \\ \hline 75392 : 19 \\ \hline 3968 \end{array}$	$\begin{array}{r} 79105438 : 1596 \\ \hline 11300776 \text{ } ^6 : 12 : 19 \\ \hline 941731 \text{ } ^4 : 19 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \cdot 12 \cdot 19 \\ \hline \end{array}$
	Quot. : 49564 ⁽¹⁵⁾ Rest: (15 · 2 + 4) 7 + 6 = 1294.	

7. Nähert sich der Divisor einer Zehnerzahl oder auch einer sog. Rangzahl, so kann man durch Ergänzung auf diese die Division nicht wenig vereinfachen; z. B.

$\begin{array}{r} 5673 \overline{) 812} : 996 \\ \hline 22 \overline{) 692} \quad \overline{1000 - 4} \\ \hline 88 \\ \hline 1 \overline{) 592} \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 86721 \overline{) 4359} : 9998 \\ \hline 17 \overline{) 3442} \quad \overline{10000 - 2} \\ \hline 34 \\ \hline 80738 \overline{) 7835} \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 247381 : 793 \\ \hline 948 \quad \overline{800 - 7} \\ \hline 1551 \quad \overline{311} \\ \hline 758 \\ \hline \end{array}$
5696 $\overline{) 595}$ Rest.	Quot. Rest.	Rest. Quot.

Die Probe für die Richtigkeit der Division besteht darin, daß man den Divisor mit dem Quotienten multipliziert und zu diesem Produkte den Rest addiert, um den Dividenden zu erhalten.

§ 20.

Aufgaben.

- 206) 9200647:13; 56081479:17; 18346650:21; 394800760:37.
 207) 4185962:290; 3556764000:3600; 24093800:6700.
 208) 73264815:25; 9100367:125; 438172500:62500.
 209) 82910400:75; 1348962500:175; 510208974:225.
 210) 37215698:875; 1003824650:1125; 29873541:63.
 211) 92367145:85; 2738640900:14; 16879423:169.
 212) 9422784:1728; 5084160:1024; 23456789:1372; 8076543:2916.
 213) 28710465:315; 6203419760:288; 3567481000:99300.
 214) 710200483:997; 8374069125:9995; 4678329105037:99996.
 215) 247563488:87; 1953679425:269; 182546370000:953000.
 216) 1006478305:463; 3692587000:8960; 71800532940:63700.
 217) 2807300915:7283; 430067900:6458; 89734062500:91847.
 218) 5376549180000:43175; 8123000576942800:5267830000.
 219) 86020019345785:7260458; 305847690015000:60498300.
 220) 248371900186350:13740968; 793295781804000:93258764.

220)a. Durch welche Zahl muß d dividiert werden, damit man q als Quotient und r als Rest erhalte?

	1.	3.	4.	5.	6.	2.
d =	36769	87043	195764	314867	8072536	53966
q =	92	208	347	493	8254	137
r =	245	307	403	333	224	125

220)b. Welche Zahl gibt, durch d dividiert, q als Quotient und r als Rest?

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
d =	87	124	256	481	758	875
q =	95	159	305	569	642	961
r =	73	98	173	325	589	728

- 221) Der Erdumfang beträgt 5400 geogr. Meilen und wird in 360 Grad geteilt. Wie viel Meilen kommen auf 1 Grad?
- 222) Europa hat 178130 Quadratmeilen und 304 Mill. Einwohner, Asien 813556 Qdtml. mit 798 Mill. Bew., Afrika 543530 Qdtml. und 206 Mill. Einw. Amerika 751280 Qdtml. mit 85 Mill. Bew. und Australien mit Polynesien 161100 Qdtml. u. 4560000 Einw. Wie viel kommen in jedem Falle auf 1 Quadratmeile?
- 223) Ein Buchhändler läßt von einem Buche 1800 Expl. abziehen und braucht hiezu 43200 Bg. Wie viel Bg. für 1 Exemplar?
- 224) Wenn jährlich 29935475 Menschen sterben; w. v. an 1 Tag.
- 225) 21875 Mann sind in 175 Gliedern aufgestellt; w. v. in 1 Glied?

- 226) Die Jahreseinnahme ist 5096 $\mathcal{M}$; wie groß die der Woche?
 227) Bayern hat 1378 Qdtm^l oder 75877 qkm und 5022990 Einw.; wie viel kommen a) auf 1 Qdtm^l? b) auf 1 qkm?
 228) Wenn in einer Stadt von 1985875 Einw. an einer Seuche der 125^{te} Teil stirbt; wie viel Menschen sterben demnach?
 229) Der Gewinn des A ist 675 $\mathcal{M}$, der des B 12825 $\mathcal{M}$. Wie oft ist jener in diesem enthalten?
 230) Wie oft lassen sich 75 kg von 4275 kg auswiegen?
 231) Wie oft kann man 125 $\mathcal{M}$ von 12125 $\mathcal{M}$ wegnehmen?
 232) Der wie vielte Teil von 15872 Liter sind 248 Liter?
 233) Ein Buchdrucker druckt täglich 1975 Bg.; wann 41475 Bg.?
 234) 2025 Brode sollen monatlich unter 135 Familien gleichheitlich verteilt werden; wie viel erhält jede?
 235) In einer Baumpflanzung sind 32775 Bäumchen und in jeder Reihe 115 derselben; wie viel Reihen sind es?
 236) Wie viel Fässer à 65 Liter enthalten a. 2665? b. 3445 Liter?
 237) Wenn ein Tunnelbau täglich um 124 m fortschreitet; in welcher Zeit werden a. 10788 m, b. 15500 m vollendet?
 238) Der Sonnen-Durchmesser ist 192528 geogr. Meilen, der der Erde 1719 Ml.; wie viel mal so groß ist jener als dieser?
 239) Eine Flamme braucht stündlich 152 cdm oder Liter Gas; in welcher Zeit verzehrt sie 25536 cdm Gas?
 240) Auf 1 km Telegraphenleitung sind 95 kg Draht nötig; wie lang ist eine Leitung von a. 12825 kg, b. 26125 kg Draht?
 241) Für a. 31496 $\mathcal{M}$, b. 48608 $\mathcal{M}$ kauft man wie viel Hektar à 248 $\mathcal{M}$?
 242) 195 hl Weizen verkauft man um 3510 $\mathcal{M}$; wie teuer 1 hl?
 243) Wie viel Schachteln von 187 ccm fasst eine Kiste von 14025 ccm?
 244) Wie groß ist die Volksdichte der Verein. Staaten von Nordamerika, wenn auf 169509 Qdtm^l 38950000 Einw. kommen?

6. Multiplikation und Division.

§ 21. Enthält ein Ausdruck bloß Faktoren, Dividenden und Divisoren ohne Klammern, so hat man sich die Verbindung in der Weise zu denken, wie die einzelnen Glieder von links nach rechts auf einander folgen. Man verbindet nämlich das erste Glied mit dem zweiten, das Resultat aus beiden mit dem dritten etc. Z. B.

$$1728 : 8 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 216 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 1080 \cdot 7 : 9 : 6 = 140.$$

Die Reihenfolge der Glieder eines solchen Ausdrucks ist eine beliebige; nur muß ein und dasselbe Glied dasselbe Operationszeichen behalten; z. B.

$$1728 : 8 \cdot 5 \cdot 7 : 9 : 6 = 1728 : 9 \cdot 5 : 6 : 8 \cdot 7 = 1728 : 6 : 8 \cdot 7 \cdot 5 : 9 \text{ u. s. w.}$$

Da man zuerst alle Multiplikationen, zuletzt alle Divisionen ausführen kann, so wird dasselbe Resultat erhalten, wenn man das Produkt der Faktoren durch das der Divisoren dividiert. Z. B.

$$1728:8 \cdot 5 \cdot 7:9:6 = (1728 \cdot 5 \cdot 7):(8 \cdot 9 \cdot 6) = 60480:432 = 140.$$

§ 22. Die nachstehenden Aufgaben sind auf obige 3 Arten zu lösen, nämlich so:

- a) daß die einzelnen Operationen in derselben Reihenfolge ausgeführt werden, wie sie in den Aufgaben angedeutet sind;
- b) daß die einzelnen Operationen in veränderter Reihenfolge ausgeführt werden;
- c) daß das Produkt der Faktoren durch das der Divisoren dividiert wird.

- | | |
|--|--|
| 245) $1372:8:14:7 \cdot 5:16$ | 246) $9040:18:7 \cdot 275 \cdot 8$ |
| 247) $3960:22 \cdot 13:7:15 \cdot 4$ | 248) $6864 \cdot 5 \cdot 14:26:33 \cdot 7$ |
| 249) $7200:24:15 \cdot 8 \cdot 11:10$ | 250) $4004:13 \cdot 8 \cdot 5:11:7 \cdot 3$ |
| 251) $14535 \cdot 8 \cdot 9:17 \cdot 3:19:15$ | 252) $11088 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 13:14:18:22 \cdot 7$ |
| 253) $7560 \cdot 4:6:14 \cdot 9:15 \cdot 8$ | 254) $1881:19 \cdot 5:11 \cdot 7 \cdot 4:9:14$ |
| 255) $972:18:6 \cdot 5 \cdot 4:9:10$ | 256) $9800 \cdot 7:14:35 \cdot 8:5:32$ |
| 257) $33592:38 \cdot 5 \cdot 9:26:34 \cdot 11$ | 258) $25668 \cdot 6:31:23 \cdot 5:9:4$ |
| 259) $33300 \cdot 13:15:37 \cdot 19:15:4$ | 260) $126936 \cdot 19:41:36 \cdot 25:86 \cdot 17$ |
| 261) $1457775:99 \cdot 18:25:31:19$ | 262) $67609 \cdot 15:97:41 \cdot 24:17$ |
| 263) $56905875:125 \cdot 16:83:61$ | 264) $12561375:129:51 \cdot 36:25$ |
| 264a. $386529:53:19:51 \cdot 7$ | b. $4290300:237:31:189 \cdot 13$ |
| c. $817675:203:11:169$ | d. $8002956:348:15:377 \cdot 26$ |

7. Die vier Spezies in Verbindung.

§ 23. Kommen in einem Ausdruck die bisher betrachteten Grundrechnungsarten (Spezies) gemeinsam vor, so sind folgende Regeln zu beachten:

1. Soll eine Summe oder Differenz entweder Faktor, oder Dividend, oder Divisor werden, so muß man sie einklammern, z. B.

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $(3+8) \cdot 13 = 169$ | 2) $9 \cdot (6+5) = 99$ | 3) $(19-7) \cdot 6 = 72$ |
| 4) $15(24-17) = 90$ | 5) $(24+15):13 = 3$ | 6) $156:(5+7) = 13$ |
| 7) $(141-51):18 = 90:18 = 5$ | 8) $81:(63-36) = 81:27 = 3$ | |

Die vier letzten Beispiele können auch ohne Klammern geschrieben werden, wenn man sich statt der Divisionspunkte eines von links nach rechts gezogenen Striches (des sog. Bruchstrichs) bedient, und zwar kommt dann der Dividend über diesen Strich, der Divisor unter denselben zu stehen; z. B.

$$5) \frac{24+15}{13} = 3; \quad 6) \frac{156}{5+7} = 13; \quad 7) \frac{141-51}{18} = 5; \quad 8) \frac{81}{63-36} = 3.$$

2. Ist ein Produkt oder Quotient Teil einer Summe oder Differenz, so kann man die Klammer entbehren. Z. B.

$$\begin{array}{lll} 1) 9+5 \cdot 8=49 & 2) 63:7+8=17 & 3) 12 \cdot 17-134=70 \\ 4) 14+\frac{1}{2} \cdot 56=27 & 5) 85-72:9=77 & 6) \frac{6 \cdot 5 \cdot 8}{9 \cdot 4} \cdot 5=2 \end{array}$$

3. Da die beiden ersten Spezies, nemlich Addition und Subtraktion, auch Operationen der ersten Art, und die beiden folgenden Spezies, nämlich Multiplikation und Division, Operationen der zweiten Art genannt werden, so ergibt sich folgende Regel: Enthält ein Ausdruck Klammern, so sind diese zunächst auszurechnen; in den Klammern selbst aber, oder falls keine Klammern mehr vorhanden sind, geht die Ausführung der Operationen 2^{ter} Art jener der Operationen 1^{er} Art jederzeit voran. Z. B.

$$\begin{array}{l} 1. (53-29) \cdot 8+17-5 \cdot (6+9)=24 \cdot 8+17-75=134. \\ 2. (243-187) \cdot [(79+1620-692):53-12]=56 \cdot [(1699-692):53-12]=56 \cdot (1007:53-12)=56 \cdot (19-12)=392. \end{array}$$

§ 24.

Aufgaben.

$$\begin{array}{lll} 265) a \cdot b+c-d & 266) a-b \cdot c+d & 267) a \cdot (b+c)-d \\ 268) (a-b) \cdot c-d & 269) a \cdot (b-c+d) & 270) a+b \cdot (c-d) \\ 271) a-(b-c) \cdot d & 272) a+(b \cdot c-d) & 273) (a+b) \cdot (c-d) \\ 274) (a-b) (c-d) & 275) a \cdot [b+(c-d)] & 276) [a-(b-c)] \cdot d \end{array}$$

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a=87	294	507	863	1024	3578	6159	13527
b=13	23	34	41	63	92	124	236
c=5	11	13	21	15	34	47	51
d=2	6	9	14	12	25	36	42

$$\begin{array}{lll} 277) a:b+c-d & 278) a-b+c:d & 279) (a+b):c-d \\ 280) a:(b-c)-d & 281) a+(b-c):d & 282) a-b:(c-d) \\ 283) a+(b-c:d) & 284) (a+b-c):d & 285) (a-b):(c+d) \\ 286) a-(b:c+d) & 287) [a-(b-c)]:d & 288) a:[b-(c+d)] \end{array}$$

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a=216	288	360	600	768	936	3080	7200
b=36	48	18	12	48	72	140	240
c=9	12	6	4	16	36	70	80
d=3	4	3	2	8	18	35	40

$$\begin{array}{ll} 289) a+b \cdot c-d-e \cdot f+g & 290) (a+b) \cdot c+d \cdot e-(f-g) \\ 291) a \cdot (b-c)+(d+e) \cdot f \cdot g & 292) (a-b) \cdot c-d+e \cdot (f-g) \\ 293) (a+b-c) \cdot d-e \cdot (f \cdot g) & 294) (a+b) \cdot (c-d)-(e+f) \cdot g \\ 295) a+b \cdot (c-d+e)-f \cdot g & 296) (a-b) \cdot (c+d-e)+f \cdot g \\ 297) (a-b) (c-d+e) \cdot (f-g) & 298) (a+b) \cdot (c-d+e) \cdot (f-g) \end{array}$$

- 299) $[(a+b) \cdot c-d+e] \cdot f-g$ 300) $a \cdot \{b+(c-d) \cdot e\}-(f+g)$
 301) $(a-b) \cdot [c+(d-e) \cdot f-g]$ 302) $a-b \cdot [c-(d-e) \cdot (f+g)]$
 303) $a+[b \cdot (c-d)-(e-f) \cdot g]$ 304) $[a+(b \cdot c-d+e)] \cdot (f-g)$
 305) $a-[b \cdot [c-(d-e) \cdot f]+g]$ 306) $(a-b) \cdot [[c-(d-e)] \cdot f+g]$

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
a =	198	347	768	569	998	765	4032	9741
b =	19	26	31	28	32	53	77	98
c =	10	13	23	17	31	38	52	87
d =	6	8	14	13	21	27	46	62
e =	5	5	12	11	18	25	45	60
f =	3	2	5	4	6	12	20	27
g =	2	1	3	2	4	6	13	16

- 307) $(19+23 \cdot 15-1984:31) \cdot (2540-1665:37-47 \cdot 53)$
 308) $(17 \cdot 81-1275+644:28) \cdot (3332:68+29 \cdot 42-32 \cdot 39)$
 309) $(42 \cdot 18-26 \cdot 29+1683:33) \cdot (53 \cdot 48-2512-1081:47)$
 310) $(736+53 \cdot 21-1225:25):(36 \cdot 11-380+966:69)$
 311) $(3432:44+11 \cdot 13-1428:68):(952:17-34-1206:67)$
 312) $(24 \cdot 27-882:42-1863:69):(1908:36+16 \cdot 16-6187:23)$
 313) $(29 \cdot 56+359-33184:34-21 \cdot 47) \cdot (237-4828:71-12 \cdot 13)$
 314) $(66150:25-37 \cdot 58+159) \cdot (3286:62-61074:81+34 \cdot 43)$
 315) $(204-918625:125+7420) \cdot (9250:74-67 \cdot 93+6825)$
 316) $(43 \cdot 96-191862:51+6225:75-448) \cdot (18+4318:127-111 \cdot 27-106920:36)+13 \cdot 25$
 317) $(1527+49 \cdot 73-96881:19) \cdot (7112:127-38 \cdot 24-3114:18+1042)+1633:23+19 \cdot 37-668$
 318) $(7 \cdot 8 \cdot 19-987-25480:364+2639:91):(15876:108+63 \cdot 94-6123+1512:27)+16 \cdot 17-245$
 319) $(961-53 \cdot 74-2523:87+70 \cdot 71):(17 \cdot 264-3657:159-4506+78 \cdot 34:663)-3106:37+229$
 320) $[(23 \cdot 58 \cdot 106-280 \cdot 497-76 \cdot 34:19):527+36] \cdot 897-11 \cdot 79)+10230:186-365$
 321) $[(94 \cdot 3283:47-5842:46-10382:179):709+631):(23 \cdot 57-24529:19)-2914:94+249$
 322) $349-[(683 \cdot 105-262194:89) \cdot [1081-(273 \cdot 345-1095):87]-156 \cdot 4193]:327+19 \cdot 25$
 323) $(229457:269+52 \cdot 49-97 \cdot 33-189) \cdot [(78 \cdot 65-1479):57-22618:43+(18172:28-33 \cdot 19) \cdot 34]+415$
 324) $[127 \cdot 84-253 \cdot (37 \cdot 58-1961)+49055]:[8816:(46 \cdot 53-1974)+27 \cdot 85-(7338-3906:42):45]+144$
 325) $[[53 \cdot 178-8101) \cdot 99-17 \cdot 48 \cdot 101]:597-78] \cdot (9283-36 \cdot 59)-41 \cdot 873+255:17-5$

- 326) $18[(560 - 51856:112) \cdot [529 - (112422:246 - 238)] \cdot 105 - 843 \cdot 3700] - 159 \cdot 4330 - 25 \cdot 7$
- 327) $[(474 - 1248:26) \cdot 37 - 65 \cdot 93] : 79 + 16 \cdot 71 - (41 \cdot 87 + 1810):283] : 62 + 23 \cdot 45 - 15 \cdot 67$
- 328) $289 + 1824:[81092:836 - (69 \cdot 128 + 220):[185 - 44225:(58 \cdot 364 - 37 \cdot 551)]]$.
- 329) Wenn von den beiden gleichen Seiten eines Daches jede 48 Ziegel hoch und 75 breit ist; wie viel Ziegel hat dasselbe?
- 330) Ein Haus hat 36 Fenster à 4 Flügel; 1 grösserer Flügel 4, ein kleinerer 2 Tafeln. Wie viel Tafeln hat das ganze Haus?
- 331) Ein Beamter hat 1800 *M.* Anfangsgehalt und erhält nach je 5 Jahren 180 *M.* Zulage. Wie viel bezieht er in 32 Jahren?
- 332) Jemand kauft 87 *fl.* à 13 *M.*, 125 *fl.* à 17 *M.*, 275 *fl.* à 19 *M.* und 348 *fl.* à 15 *M.*; für wie viel Mark im ganzen?
- 333) Von 2 Kapitalisten, deren Gesamtvermögen 148650 *M.* beträgt, hat der eine doppelt so viel als der andere. Wie viel jeder?
- 334) Der Durchmesser der Erde beträgt ca. 12732125 Meter. Wenn man nun in das Innere derselben bis auf 875 m eindringt; der wie vierte Teil des Durchmessers ist dies?
- 335) Drei Brüder kaufen gemeinschaftlich ein Landgut. A gibt dazu 9560 *M.*, B um die Hälfte mehr und C um den dritten Teil mehr als B. Wie viel kostet das Landgut?
- 336) Zu einer Hinterlassenschaft gehören 465 *M.* baar; an Staatspapieren und Aktien: 9 Stck à 1000 *M.*, 12 à 600 *M.*, 15 Stck à 400 *M.*; an Immobilien: ein Haus im Werte von 29800 *M.* und Mobilien geschätzt auf 3650 *M.*. An ausstehenden Kapitalien: 1350 *M.*, 2725 *M.* und 3600 *M.*, endlich an Schulden im ganzen 2840 *M.*. Wie viel erhält jedes der 3 Kinder?
- 336)a. A hinterläßt ein Vermögen von *s* Mark. Den *a.* Teil bestimmt er für gemeinnützige Zwecke, *b* *M.* den Armen seiner Vaterstadt und der Rest soll unter seine *c* Kinder gleichmäßig verteilt werden. Wie viel erhält jedes?
- | | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|------------|-------|-------|-------|--------|--------|
| <i>s</i> = | 37500 | 59760 | 85248 | 103475 | 237650 |
| <i>a</i> = | 25 | 24 | 72 | 25 | 50 |
| <i>c</i> = | 600 | 1220 | 2500 | 1936 | 1897 |
| <i>d</i> = | 3 | 5 | 4 | 2 | 6. |
- 337) Ein Kapitalist unternimmt mit andern bei stets gleichem Anteil mehrere Geschäfte. Beim 1. gewinnt er mit zwei andern 4152 *M.*, beim 2. mit vier andern 6345 *M.*, beim 3. verliert er mit drei andern 2068 *M.*. Wie viel gewinnt er im ganzen?

- 338) Ein Mann hinterläßt eine Frau, 2 Knaben und 3 Mädchen. Wenn nun 1 Knabe 9540 $\mathcal{M}$, 1 Mädchen um den dritten Teil mehr und die Wittwe doppelt so viel als ein Mädchen erhält; wie groß ist die gesamte Hinterlassenschaft?
- 339) Die Garnison einer Festung zählt 9850 Mann. Die Infanterie 2045 Mann über die Hälfte. Vom Reste kommt der dritte Teil auf die Kavallerie und das Uebrige auf die Artillerie. Wie viel Mann von jeder Waffengattung sind darin?
- 340) Ein Geschäftsmann kauft in einem Jahre 25, 30, 48, 27, 50 und 60 Ztr Hopfen durchschnittlich um 145 $\mathcal{M}$ pr Ztr. Wenn er nun davon die Hälfte um 180 $\mathcal{M}$, ein Viertel um 186 $\mathcal{M}$ und den Rest um 175 $\mathcal{M}$ pr Ztr verkauft; wie groß ist a) der Gesamteinkauf? b) der Verkauf? und c) der Gewinn?
- 340)a. A verkauft s Stück von zweierlei Sorten einer Ware. Von der besseren, deren es a Stck sind, gibt er je b Stck um c $\mathcal{M}$, von der geringeren je d Stck um f $\mathcal{M}$. Wie groß ist der Erlös?
- | | | | | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| s=80 | 125 | 161 | 232 | 348 | c=5 | 6 | 7 | 10 | 17 |
| a=30 | 55 | 76 | 112 | 228 | d=4 | 7 | 5 | 12 | 10 |
| b=3 | 5 | 4 | 8 | 12 | f=3 | 8 | 6 | 11 | 13. |

III. Die vier Spezies mit benannten ganzen Zahlen.

§ 25. Will man benannte Zahlen vergleichen und verbinden, so muß man das Maß kennen, von dem ihre Benennung abgeleitet ist. Dieses Maß bezieht sich

1. auf die bloße Anzahl der Dinge (Stückmaß), z. B. Stück, Dutzend, Schock, Ballen, Mandel, Decher etc.;
2. auf die räumliche Ausdehnung, und zwar
 - a. auf die Länge (Längenmaß), z. B. Kilometer, Meter, Centimeter, Millimeter, Fuß, Meile, Elle, Yard etc.;
 - b. auf die Fläche (Flächenmaß), z. B. Quadratkilometer, Hektar, Ar, Quadratmeter, Quadratfuß, Quadratmeile, Tagwerk etc.;
 - c. auf den körperlichen Inhalt (Körpermaß), z. B. Kubikmeter oder Ster, Hektoliter, Liter, Kubikfuß, Schäffel etc.;
3. auf die Zeit, z. B. Jahr, Monat, Tag, Stunde, Minute, Sekunde;
4. auf das Gewicht, z. B. Tonne, Zentner, Pfund, Gramm etc.;
5. auf den Preis (Wertmaß), z. B. Mark, Gulden, Frank etc.;
7. auf den Winkel (Winkelmaß), z. B. Grad, Minute, Sekunde.

Sehr häufig faßt man eine gewisse Anzahl von einer und derselben Maßeinheit unter einem besonderen Namen zusammen und erhält dadurch eine höhere Maßeinheit, z. B. 100 Pfund = 1 Zentner, 1000 Meter = 1 Kilometer, 100 Liter = 1 Hektoliter.

Umgekehrt wird ein gewisser Teil einer Masseinheit besonders benannt, wodurch man eine niedrigere Masseinheit erhält, so heisst z. B. der 1000^{te} Teil des Meters: Millimeter, der 100^{te} Teil der Mark: Pfennig, der 50^{te} Teil des Schöffels: Liter.

Zusammengehörige höhere und niedere Masseinheiten werden gleichartig, nicht zusammengehörige ungleichartig genannt. Gleichartige Masseinheiten sind z. B. Mark, Gulden, Pfennige; ungleichartige: Meter, Hektar, Liter, Gramm.

Die Zahl der Masseinheiten, welche die nächst höhere gibt, nennt man „Reduktionszahl.“ So ist z. B. die Reduktionszahl zwischen Groß und Dutzend 12, zwischen Tonne und Zentner 20, zwischen Ar und Quadratmeter 100 u. s. w.

Das im Deutschen Reiche, in Oesterreich-Ungarn, Italien, Belgien, Holland, in der Schweiz, in Griechenland und Spanien eingeführte französische Maßsystem ist ein reines Decimalsystem. Das Zehnfache der Masseinheit heisst Dekka; das Hundertfache Hekto (h), das Tausendfache Kilo (k); dagegen der zehnte Teil deci (d), das Hundertel centi (c) und das Tausendtel milli (m).

Z. B. km = Kilometer, ha = Hektar, mg = Milligramm.

Anm. 1. Die Reduktionszahlen der gebräuchlichsten Masse sind aus der diesem Buche beigefügten Uebersicht zu entnehmen.

Anm. 2. Die beim Rechnen vorgeschriebenen und gebräuchlichen Abkürzungen der Maßbenennungen enthält das nachfolgende Verzeichnis.

§ 26. Verzeichnis und Erklärung der gebräuchlichsten Abkürzungen (Abbreviaturen).

1. Für Stückmasse.

Bg = Bogen; Bch = Buch; Bll = Ballen; Dch = Decher; Dtz = Dutzend; Grfs = Groß; Mdl = Mandel; Rs = Ries.

2. Für Raummasse.

a. Längenmasse.

km = Kilometer, m = Meter, cm = Centimeter, mm = Millimeter; Ml = Meile, (°) = Rute, (') = Fuß, (") = Zoll, ("") = Linie; @ = Elle; Yd = Yard, engl. Elle.

b. Flächenmasse.

qkm = Quadratkilometer, ha = Hektar, a = Ar oder Quadratdekameter, qm = Quadratmeter, qdm = Qdtdecimeter, qcm = Qdtcentimeter; qmm = Qdtmillimeter; Qml = Quadratmeile; q° = Quadratrute, q' = Qdtfuß, q'' = Qdtzoll; Mg = Morgen oder Tagwerk.

c. Körper- (und Hohl-) Masse.

cbm = Kubikmeter oder Ster (s), hl = Hektoliter, l = Liter oder

Kubikdecimeter (cdm), ccm = Kubikcentimeter, cmm = Kubikmillimeter; c^0 , c' , c'' , c''' bez. = Kubikrute, Kubikfuß, Kubikzoll, Kubiklinie; Eim = Eimer, Fd = Fuder, Mfs = Mafs, Schffℓ = Scheffel, Schpp = Schoppen, Mtz = Metzen, Qrt = Quarter, Gll = Gallon.

3. Für Zeitmaße.

a, J = anno, Jahr; Mt = Monat; Tg = Tag; Std = Stunden; Wch = Wochen; Min (') = Minuten; Sek (") = Sekunden.

4. Für Gewichte.

t = Tonne, kg = Kilogramm, g = Gramm, mg = Milligramm; @ = Arroba, Bkz = Berkowetz, car = Karat, Ztr = Zentner, Cwt = Hundredweight (engl. Ztr), dwt = Pennyweight (Pfenniggewicht), gr = grains; Lt = Lot; oz = ounce (engl.); Pd = Pud, Qtl = Quintal; Qr = Quarter, Sol = Solotnik, ℔ = Pfund, Tr℔ = Troy℔.

5. Für Münzen und Papiergeld.

M = Mark; ℔ = Pfennig; c, cs = Centime, Cent, Centesimo; d = Pence, Denaro; # = Dukaten; D = Drachme; fl = Gulden (florin); Fr, fs = Frank; Imp = Imperial; Kop = Kopeken; kr = Kreuzer; Kr = Krone; £ = Lira; £ = Livre (Pfund) Sterling; Ld'or = Louis-d'or; ₤ = Thaler; Rl = Real; Rs = Reïs; R⁰B, R⁰S = Rubel Banco, Silberrubel; s = Schilling engl.; \$ = Dollar, (schwere) Piaster, Milreïs; ☉ = Gold; ☽ = Silber; ☿, ♀ = Kupfer.

6. Für Winkelmaße.

(⁰) = Grad, (') = Minute, (") = Sekunde.

7. Für Geschäftsgebräuche.

a. c. = anni currentis, lfd. Jahrs;	p. a. = pro anno, für das Jahr;
av. = Avance, Gewinn;	k. S. = kurze Sicht;
B ^{tto} , N ^{tto} , T ^a = Brutto, Netto, Tara;	p. c., ‰ = Prozent, für 100;
ca = circa, ungefähr;	p. m., ‰ ₀₀ = Promille, für 1000;
dc, ddc = decimal, duodecimal;	pr. Mt. = per Monat, f. d. Mon.;
d ^o = ditto, desgleichen;	ult ^o = ultimo, am letzten Tag.

1. Reduktion benannter Zahlen.

§ 27. Unter Reduktion in weiterem Sinne versteht man

- Die Verwandlung höherer Einheiten in niedrigere (auch Resolvierung oder Wiederauflösung genannt),
- die Zurückführung niedriger Einheiten auf höhere (Reduktion im engeren Sinne).

Resolvierung. Höhere Einheiten werden in niedrigere verwandelt, indem man die Anzahl der ersteren mit der Reduktions-

zahl multipliziert; z. B. $89 \mathcal{M} = 89 \cdot 100 \mathcal{R} = 8900 \mathcal{R}$; $37 \mathcal{L} = 37 \cdot 20 \text{ s.} = 740 \text{ s.}$; $26 \text{ Grfs.} = 26 \cdot 12 \text{ Dtz.} = 312 \text{ Dtz.}$

Hat man mehrere verschiedene, aber gleichartige Mafseinheiten zu reduzieren (resolvieren), so beginnt man mit der Reduktion der höchsten Einheit, addiert zu diesem Produkt die etwa vorhandene Anzahl der nächst niedrigen Einheit, multipliziert diese Summe mit der folgenden Reduktionszahl und fährt in dieser Weise fort, bis man bei der niedrigsten Einheit angelangt ist.

Sehr einfach wird die Reduktion, wenn die Reduktionszahlen 10, 100, 1000 etc. sind. Die Art und Weise der Vereinfachung ergibt sich aus dem Zehnersystem.

Beispiele.

1. Wie viel $g = 68 \text{ Ztr } 73 \mathfrak{H} 375 g$?

$$\begin{array}{r} 6873 \text{ „} \\ 3436875 g \\ = (68 \cdot 100 + 73) \cdot 500 + 375 g. \end{array}$$
2. Wie viel $\mathcal{R} = 1043 \mathcal{M} 87 \mathcal{R}$?

$$\begin{array}{r} = 104387 \mathcal{R} \\ 1043 \cdot 100 + 87 = 104387 \mathcal{R}. \end{array}$$
3. $30 \text{ km } 50 \text{ m } 90 \text{ cm } 6 \text{ mm} = 30050906 \text{ mm.}$
4. $125 \text{ qm } 8 \text{ qdm } 47 \text{ qcm} = 1250847 \text{ qcm} = 125084700 \text{ qmm.}$
5. $67 \text{ cbm } 43 \text{ cdm. } 5 \text{ ccm } 80 \text{ cmm} = 67043005080 \text{ cmm.}$

Aufgaben.

- 341) a. $8 \text{ km } 40 \text{ m } 70 \text{ cm}$, b. $30 \text{ km } 605 \text{ m}$, c. $7 \text{ km } 48 \text{ cm}$; w. v. mm ?
- 342) a. $130 \text{ km } 650 \text{ m}$, b. $8 \text{ km } 75 \text{ m}$, c. $29 \text{ km } 4 \text{ cm}$; w. v. cm ?
- 343) a. $27 \text{ qkm } 400 \text{ qm}$, b. $9 \text{ qkm } 5 \text{ ha}$, c. $13 \text{ qkm } 28 \text{ a}$; w. v. qm ?
d. $89 \text{ a } 6 \text{ qm}$, e. $107 \text{ qm } 38 \text{ qdm}$, f. $6 \text{ a } 9 \text{ qm } 5 \text{ qdm}$; w. v. qcm ?
- 344) a. $8 \text{ qkm } 75 \text{ a}$, b. $46 \text{ qkm } 7 \text{ ha } 6 \text{ a}$, c. $4 \text{ qkm } 50 \text{ ha}$; w. v. a ?
d. $103 \text{ qkm } 46 \text{ ha}$, e. $8 \text{ ha } 35 \text{ a}$, f. $8 \text{ qkm } 23 \text{ ha } 7 \text{ a}$; w. v. a ?
- 345) a. $7 \text{ qm } 23 \text{ qcm}$, b. $13 \text{ qm } 8 \text{ qcm}$, c. $9 \text{ qm } 25 \text{ qcm}$; w. v. qmm ?
d. $19 \text{ qm } 58 \text{ qdm}$, e. $6 \text{ qm } 47 \text{ qcm}$, f. $78 \text{ qdm } 5 \text{ qcm}$; w. v. qmm ?
- 346) a. $103 \text{ ha } 7 \text{ a } 50 \text{ qm}$, b. $82 \text{ ha } 53 \text{ a } 6 \text{ qm}$, c. $9 \text{ ha } 4 \text{ a } 25 \text{ qm}$; w. v. qm ?
d. $24 \text{ ha } 35 \text{ a } 7 \text{ qm}$, e. $31 \text{ ha } 58 \text{ qm}$, f. $5 \text{ ha } 37 \text{ a } 78 \text{ qm}$; w. v. qm ?
- 347) a. $13 \text{ cbm } 85 \text{ ccm}$, b. $7 \text{ cbm } 3040 \text{ ccm}$, c. $10 \text{ cbm } 6 \text{ ccm}$; w. v. ccm ?
d. $26 \text{ s } 149 \text{ cdm}$, e. $9 \text{ s } 38 \text{ cdm } 6 \text{ ccm}$, f. $148 \text{ cdm } 56 \text{ ccm}$; w. v. ccm ?
- 348) a. $105 \text{ l } 73 \text{ ccm}$, b. $43 \text{ l } 60 \text{ ccm}$, c. $9 \text{ l } 5 \text{ ccm}$; wie viel cmm ?
d. $9 \text{ l } 5 \text{ ccm } 6 \text{ cmm}$, e. $46 \text{ ccm } 7 \text{ cmm}$, f. $4 \text{ l } 25 \text{ ccm}$; w. v. cmm ?
- 349) a. $84 \text{ cbm } 26 \text{ ccm}$, b. $9 \text{ cbm } 8 \text{ ccm}$, c. $6 \text{ cbm } 4 \text{ ccm } 5 \text{ cmm}$; w. v. cmm ?
- 350) a. $27 \text{ hl } 4 \text{ l}$, b. $103 \text{ hl } 40 \text{ l}$, c. $9 \text{ hl } 8 \text{ l}$ sind wie viel Liter?
- 351) a. $105 \text{ kg } 70 \text{ g}$, b. $94 \text{ kg } 805 \text{ g}$, c. $3 \text{ kg } 4 \text{ g } 5 \text{ mg}$; w. v. mg ?
- 352) a. $362 \mathfrak{H} 150 \text{ g}$, b. $17 \text{ Ztr } 34 \mathfrak{H} 275 \text{ g}$, c. $908 \mathfrak{H} 325 \text{ g}$; w. v. g ?
- 353) a. $1509 \mathcal{M} 48 \mathcal{R}$, b. $860 \mathcal{M} 74 \mathcal{R}$, c. $187 \mathcal{M} 5 \mathcal{R}$; w. v. $\mathcal{R}$?
- 354) a. $15 \text{ c}^0 306 \text{ c}' 72 \text{ c}'' \text{ dc}$, b. $53 \text{ c}' 1380 \text{ c}'' 924 \text{ c}''' \text{ ddc}$; w. v. c''' ?
c. $129 \text{ c}^0 746 \text{ c}' 805 \text{ c}'' \text{ dc}$, d. $61 \text{ c}' 1053 \text{ c}'' 635 \text{ c}''' \text{ ddc}$; w. v. c''' ?

- 355) a. 29 Grfs 8 Dtz 6 Stek, b. 17 Grfs 9 Dtz 3 Stek; w. v. Stek?
 356) a. 18 Bll 9 Rs 6 Bch 7 Heft 5 Bg Papier; wie viel Bogen?
 b. 29 Bll 7 Rs 6 Heft, c. 7 Bll 8 Rs 3 Bch 4 Bg; w. v. Bg?
 357) a. 29 Tg 12 Std 44 Min, b. 6 Tg 8 St 25 Sek; wie viel Sekd?
 358) a. 18 Jahre, unter denen 4 Schaltjahre, sind wie viel Tg u. Std?
 359) a. A wurde 83 J. 275 Tg. 21 Std alt; wie viel Stunden hat
 dieser erlebt, wenn darunter 20 Schaltjahre sind?
 360) Die Erde gebraucht zu ihrem Umlauf um die Sonne 365 Tg
 5 Std 48 Min 48 Sek; wie viel Sekunden?
 361) a. 84 Ztr 79 fl 30 Lt, b. 13 Ztr 4 fl 42 Lt; wie viel Lot?
 362) London. 9 Cwt 3 Qrt 25 fl 10 oz 15 dr; wie viel Drams?
 363) " 13 Tr fl 10 oz 18 dwt 21 gr sind wie viel grs?
 364) Paris. a. 168 fs 5 cs, b. 1023 fs 64 cs sind wie viel cs?
 365) a. Petersburg. 27 Bkz 6 Pd 28 fl 54 Sol 32 Dol; wie viel Doli?
 b. Wien. a. 397 fl 45 kr, b. 1243 fl 87 kr, c. 2786 fl 70 kr; w. v. kr?

§ 28. Reduktion im engeren Sinne. Niedrigere Einheiten werden in höhere verwandelt, indem man die Anzahl der ersteren durch die Reduktionszahl dividiert. Der Quotient bezeichnet die Zahl der höheren Einheiten, der Rest die der niedrigeren. Gehören die zu reduzierenden Einheiten dem Decimalsystem an, so erfolgt die Reduktion einfach dadurch, daß man je nach den Reduktionszahlen 10, 100, 1000 etc. beziehungsweise 1, 2, 3 etc. Stellen von rechts nach links abschneidet.

Beispiele.

1. 7304856 g = 7304 kg 856 g = 146 Ztr 9 fl 356 g.
2. 79602405 qmm = 79 qm 60 qdm 24 qcm 5 qmm.
3. 21005689040 cmm = 21 cbm 5 cdm 689 ccm 40 cmm.
4. 243870910c'' ddc sind wie viel c', c'' und c'''?

$$\frac{20322575^{(10)}}{1693547^{(11)}} : 12 \quad 1c' = 1728c'' \text{ à } 1728c''' = 12.12.12c'''$$

$$1693547^{(11)} : 12$$

$$141128^{(11)} \quad (11.12 + 11).12 + 10 = 143.12 + 10 = 1726c'''$$

$$141128c'' : 1728 = 81c' \quad 1160c'' \quad 1726c''' \text{ ddc.}$$

Aufgaben.

- 366) a. 38046 Stek, b. 105680 Stek; wie viel Grfs, Dtz und Stek?
 367) a. 653107 Bg, b. 91360 Heft, c. 8324 Bch, d. 7203185 Bg
 sind wie viel Ballen, Ries, Buch, Heft und Bogen?
 368) a. 1604230 mm, b. 804203 cm, c. 31067 mm; w. v. km, m, mm?
 369) a. 379045 m, b. 902538 cm, c. 6302480 m; w. v. Ml, m u. cm?
 370) a. 4265070 qm, b. 900416 qm, c. 871303 qm; w. v. ha, a u. qm?
 371) a. 310240 a, b. 79830546 qm, c. 60245 a; w. v. ha, a u. qm?
 372) a. 19304450 qcm, b. 27400380 qmm; wie viel qm, qcm u. qmm?
 373) a. 400280900 ccm, b. 693287400 cmm; w. v. cbm, ccm u. cmm?

- 374) a. 60352 l, b. 470290 dl, c. 920048 ml; wie viel hl, l u. ml?
 375) a. 38920467 g, b. 91304465 g, c. 246375 g; w. v. Ztr, fl u. g?
 376) a. 29005148mg, b. 30879005g, c. 98243g; w. v. kg, g u. mg?
 377) a. 4102530 g, b. 12000395 g, c. 70204008 g; w. v. t, kg u. g?
 378) a. 310762 fl , b. 40895 fl , c. 6230478 fl ; wie viel M u. fl ?
 379) a. 532041''', b. 3570'''dc, c. 374918'''ddc; w. v. Rt, Ffs etc.?
 380) a. 70102806q''', b. 24860q'''dc, c. 6193059q'''ddc; w. v. q⁰, q', q''?
 381) a. 6032084c''', b. 79135c'''dc, c. 560037018c'''ddc; w. v. c⁰, c', c''?
 382) a. 62034781, b. 5093740 Sek; wie viel Tg, St, Min und Sek?
 383) a. 792475, b. 1302804 Winkelsekunden; w. v. Grad, Min u. Sek?
 384) Wenn einem Wasserbehälter in jeder Sekunde 1 Liter Wasser entfließt; in wie viel Std, Min und Sek 2560 hl?
 385) Ein Brunnen liefert in jeder Sekunde 25 Liter Wasser; wie viel hl a) in 1 Stunde? b) in 1 Tag? c) in 1 Woche?
 386) London a. 19745 d, b. 3820 d, c. 63500 d; wie viel £, s u. d?
 387) a. 40378 oz, b. 129608 oz, c. 32546 oz; w. v. Cwt, Qr, fl u. oz?
 388) a. 724093 gr, b. 2304750 gr, c. 84730 gr; w. v. Tr fl , oz, dwt u. gr?
 389) Petersburg a. 254806 Sol, b. 1903705 Dl; w. v. Pd, fl , Sol, Dl?
 a. Wien a. 30745 kr, b. 81045 kr, c. 1930408 kr; w. v. fl u. kr?
 390) a. 1234567 Sek, b. 98765 Min; wie viel Tg, Std, Min und Sek?

2. Addition benannter Zahlen.

§ 29. Sollen verschiedene aber gleichartige Einheiten addiert werden, so stelle man die Ziffern der gleichnamigen Einheiten unter einander, und beginne die Addition mit der niedrigsten Einheit. Die sich so ergebende Summe wird durch die Reduktionszahl dividiert, falls sie dieselbe erreicht oder übersteigt. Der Rest gibt die niederzuschreibende Anzahl der niedrigeren Einheit; der Quotient wird zu den Posten der nächst höheren Einheit addiert. In solcher Weise fährt man fort, bis die höchste Maßeinheit erreicht ist.

Gehören die Maße dem Decimalsystem an, so reduziert man zunächst die einzelnen Posten auf die niedrigste Einheit. Die abermalige Reduktion der gefundenen Summe ist sehr einfach.

Beispiele.

1.	47 km	68 m	+ 9 km	102 m	+ 20. 50.	+ 109. 7.	+ 243 km	815 m
1.	47068 m							
	9102 "							
	20050 "							
	109007 "							
	243815 "							
	429042 m							
	429 km	42 m.						
2.	London.	125 Cwt	2 Qrtr	15 fl				
		203 "	0 "	21 "				
		67 "	3 "	17 "				
		431 "	1 "	12 "				
		78 "	2 "	0 "				
		612 "	3 "	25 "				
		1519 Cwt	2 Qrtr	6 fl .				

Aufgaben.

- 391) 167 Grfs 5 Dtz 8 Stek + 92. 0. 11. + 8. 0. 5. + 532. 10. 4.
+ 1028. 3. 6. + 83. 0. 9. + 6 Grfs 9 Dtz 5 Stek.
- 392) 23 Bll 6 Rs 4 Bch + 9. 0. 8. + 47. 8. 0. + 57. 7. 2. + 127. 0. 9.
+ 82. 7. 5. + 9 Bll 6 Rs 7 Bch + 7 Rs 8 Bch Papier.
- 393) a. 23 km 75 m + 104 km + 608 m + 9 km 37 m + 250 km
625 m + 8 km 40 m + 31 km 800 m + 100 km 50 m.
b. 7 km 8 m + 349 m + 17 km 46 m + 138 km 9 m + 8 km 25 m.
- 394) a. 17 m 345 mm + 107 m 68 mm + 34 m 5 cm + 9 m 6 mm +
261 m 407 mm + 78 m 43 cm + 34 m 8 mm + 2 km 6 m 7 cm.
b. 9 m 46 mm + 3 km 5 m 7 mm + 29 m 148 mm + 6 km 347 m 5 mm
+ 105 km 236 mm + 639 m 8 mm + 27 km 541 m 879 mm.
- 395) dc. $13^{\circ} 9' 7'' 6''' + 5^{\circ} 3' 4'' + 29^{\circ} 6' + 37^{\circ} 4'' + 6^{\circ} 8'$
 $+ 4' 7'' 5''' + 6'' 8''' + 7' 2'' + 40^{\circ} 8' 3'' + 8^{\circ} 7''$ dc.
- 396) ddc. $29^{\circ} 8' 10'' 9''' + 7^{\circ} 11' 9'' 8''' + 10' 11''' + 10^{\circ} 9' 8''$
 $10''' + 10'' 6''' + 31^{\circ} 4' 8'' 10''' + 27^{\circ} 8' 10'' 9''' + 8' 7''$.
- 397) a. 49 qm 7 qdm 25 qcm + 8 qm 50 qcm + 123 qm 6 qcm + 61 qdm
75 qcm + 39 qm 4 qdm + 5 qm 24 qdm 38 qcm + 27 qm 80 qcm.
b. 8 qm 29 qdm 47 qcm + 127 qm 8 qcm + 49 qdm 67 qcm + 46 qm
9 qdm 28 qcm + 46 qdm 13 qcm + 6 qm 47 qdm 58 qcm.
- 398) a. 7 ha 36 a + 9 a 45 qm + 21 ha 8 a 50 qm + 13 a 8 qm + 102 ha
9 a + 41 ha 51 a + 7 ha 49 a 32 qm + 7 a 8 qm.
b. 23 ha 8 a 35 qm + 79 a 6 qm + 8 ha 25 a 4 qm + 12 ha 86 qm
+ 9 ha 37 a 5 qm + 46 ha 7 a 28 qm + 347 a 8 qm + 5 ha 9 qm.
- 399) a. 18 cbm 243 cdm 75 ccm + 9 cbm 250 ccm + 31 cbm 80 cdm
+ 67 cdm 375 ccm + 12 cbm 48 ccm + 104 cbm 769 cdm
500 ccm + 8 cdm 60 ccm + 13 cbm 692 ccm.
b. 9 s 63 cdm 8 ccm + 13 s 247 cdm 39 ccm + 8 cdm 651 ccm
+ 27 s 9 cdm 53 ccm + 8 s 36 cdm 5 ccm + 26 s 4 cdm 50 ccm.
- 400) a. 147 hl 65 l + 89. 50. + 1023. 8. + 616. 21. + 71. 46. + 47. 95.
b. 68 hl 7 l + 104. 26. + 9. 78. + 1035. 4. + 71. 83. + 293 hl 50 l.
- 401) 3 Ztr 67 fl 125 g + 89 fl 60 g + 1 Ztr 374 g + 2 Ztr 9 fl
108 g + 10 Ztr 24 fl + 2 Ztr 98 g + 7 fl 492 g + 4 Ztr
51 fl 265 g + 350 g + 7 Ztr 375 g + 24 fl 153 g.
- 402) a. 467 M 50 S + 2348 M 75 S + 51 M 80 S + 1034 M 8 S
+ 9 M 20 S + 892 M 28 S + 13 M 10 S + 3747 M 35 S .
b. 71 M 48 S + 604. 9. + 8. 50. + 1038. 75. + 247. 83. + 91 M 5 S .
- 403) a. 85 kg 374 g + 129 kg 508 g + 105 kg 60 g + 347 kg 9 g
+ 805 g + 6 kg 400 g + 298 kg 46 g + 25 kg 63 g.
b. 659 kg 45 g + 93. 268. + 7. 6. + 1254. 60. + 49. 500. + 794 kg 675 g.
- 404) 17 t 85 kg + 9 t 640 kg + 793 kg 800 g + 21 t 8 kg + 6 t 70 kg
+ 936 kg 75 g + 14 t 82 kg + 9 t 741 kg 860 g + 53 kg 750 g.

- 405) 27 Ztr 84 ℔ 25 Lt + 9 Ztr 6 ℔ + 47 ℔ 30 Lt + 13 Ztr 15 Lt + 41 Ztr 92 ℔ 28 Lt + 18 Ztr 49 ℔ 40 Lt + 53 Ztr 68 ℔ 35 Lt + 71 ℔ 45 Lt + 23 Ztr 50 ℔.
- 406) London. (Troygewicht.) 47 ℔ 9 oz 19 dwt 21 gr + 6 ℔ 15 dwt + 105 ℔ 10 oz 18 gr + 7 oz 13 dwt 15 gr + 11 oz 22 gr + 29 ℔ 16 dwt 17 gr + 63 ℔ 2 oz 5 dwt 17 gr.
- 407) 137 £ 9 s 6 d + 82 £ 12 s + 9 £ 10 d + 219 £ 18 s + 17 s 5 d + 31 £ 10 s + 107 £ 9 s 16 d + 8 £ 12 s 6 d.
- 408) New-York. 263 \$ 85 cs + 9 \$ 4 cs + 70 cs + 84 \$ 93 cs + 1050 \$ 9 cs + 786 \$ + 1542 \$ 60 cs + 63 \$ 28 cs
- 409) Paris. 395 fs 80 cs + 1047 fs 5 cs + 62 fs 34 cs + 1204 fs + 8 fs 75 cs + 619 fs 50 cs + 1790 fs 63 cs.
- 410) Petersburg. 18 Bkz 4 Pd 27 ℔ 63 Sol + 8 Pd 32 ℔ 47 Sol 58 Dol + 23 Bkz 6 Pd 9 Sol 85 Dol + 9 Pd 63 Sol 48 Dol + 5 Bkz 32 ℔ 79 Dol + 6 Bkz 28 Sol + 7 Pd 25 ℔.
- a. Wien. 143 fl 75 kr + 561 fl 80 kr + 1047 fl 28 kr + 89 fl 7 kr + 792 fl 46 kr + 8 fl 64 kr + 62 fl 18 kr + 2341 fl 90 kr.

3. Subtraktion benannter Zahlen.

§ 30. Wie bei der Addition, so setzt man auch bei der Subtraktion die Ziffern der gleichnamigen Einheiten unter einander und schreitet von der Subtraktion der niedrigsten Einheit zu der der höchsten vor. Ist (mit Ausnahme der höchsten Masseinheit) der Minuend kleiner als der Subtrahend, so wird ersterer um die Reduktionszahl vermehrt, der nächstfolgende Subtrahend aber um 1.

Gehören die Masseinheiten dem Decimalsystem an, so verwandelt man, wie bei der Addition, zunächst alle Einheiten in die niedrigste; zuletzt reduziert man die gefundene Differenz.

Beispiele.

1. Von 47 Ztr 9 ℔ 25 g einer Ware werden 29 Ztr 83 ℔ 370 g verkauft; wie groß ist der Rest?

$$\begin{array}{r} 1. \quad 4709 \text{ ℔ } 25 \text{ g} \\ - 2983 \text{ „ } 370 \text{ „} \\ \hline 1725 \text{ ℔ } 155 \text{ g, d. i.} \\ 17 \text{ Ztr } 25 \text{ ℔ } 155 \text{ g.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad \text{London. } 149 \text{ Tr℔ } 0 \text{ oz } 0 \text{ dwt.} \\ - 78 \text{ „ } 10 \text{ „ } 15 \text{ „} \\ \hline 70 \text{ Tr℔ } 1 \text{ oz } 5 \text{ dwt.} \\ 15 \text{ v. } 20, \text{ u. } 11 \text{ v. } 12 \text{ abzuziehen.} \end{array}$$

Aufgaben.

- 411) a. 83 km 401 m — 49 km 29 m, b. 72 m 38 cm — 34 m 159 mm.
 412) a. 126 qm 840 qcm — 37 qm 296 l qcm, b. 243 qm 1046 qcm — 189 qm 428 qcm.
 413) a. 107 ha 4 a — 89 ha 60 a, b. 23 ha 7 a 64 qm — 14 ha 39 a 85 qm.
 414) 31 cbm 8 cdm 60 ccm — 14 cbm 79 cdm 871 ccm Bausteine.

- 415) a. 1027s 340ms — 831s 465ms, b. 302s 61ms — 94s 275ms.
 416) a. 243hl 8l — 144hl 29l, b. 63l 52ml — 24l 162ml.
 417) 13 Ztr 47 fl 250 g — 8 Ztr 69 fl 415 g Kaffee.
 418) a. 14 kg 800 g — 16kg 35 g, b. 27t 45 kg — 13t 268 kg
 419) 23 Bll 7 Bch 6 Heft 4 Bg. — 19 Bll 3 Rs 8 Bch 5 Bg Papier.
 420) London. 21 Ton 8 Cwt 24 fl — 13 Tn 2 Qrs 10 oz 13 Dr.
 421) a. 1023 fs 45 cs — 436 fs 68 cs, b. 2154 fs — 967 fs 75 cs.
 422) Stockholm. 37 Ztr 5 fl 50 Ort — 34 Ztr 78 Ort 6 Korn.
 423) Ein Spieler gewann zuerst 17 M 85 S und verlor nachher wieder 82 M 40 S ; wie viel hat er im ganzen verloren?
 424) Die Jahres-Einnahme beträgt 97308 M 25 S , die Ausgabe 88429 M 76 S ; wie groß ist der Gewinn?
 425) Eine Uhr zeigt 5 Uhr 8 Min. und geht 13 Min. 20 Sek. voraus; welches ist dann die richtige Zeit?
 426) Ein andermal ging diese Uhr 11 Min. 35 Sek. zu spät; wie viel Uhr zeigte dieselbe, als es mittags 12 Uhr war?
 427) Unter 5 Ztr 39 fl 175 g einer Legierung von Kupfer und Zink sind 2 Ztr 78 fl 250 g Kupfer; wie viel Zink?
 428) Der Holzbestand eines Forstes hatte in 10 Jahren um 7943 cbm 625 cdm zugenommen; wenn er nun am Ende dieser Zeit 917378 cbm enthielt; wie groß war er vor 10 Jahren?
 429) Von 1027 cbm 68 cdm 750 ccm Steinen brauchte man 639 cbm 574 cdm 85 ccm; wie viel blieb übrig?
 430) Eine Ware wird für a M b S gekauft und für c M d S verkauft; wie groß ist der Gewinn oder Verlust?
- | | | | | | | | | | |
|------|----|-----|-----|-----|------|----|-----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
| a=97 | 54 | 116 | 238 | 469 | c=95 | 49 | 138 | 260 | 543 |
| b=36 | 81 | 95 | 12 | 54 | d=84 | 48 | 30 | 78 | 27 |
- 431) Von 2 Stck einer Ware kostet in Wien das eine a fl b kr, das andere c fl d kr; um wie viel das eine mehr?
- | | | | | | | | |
|------|----|-----|-----|------|----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| a=23 | 67 | 134 | 189 | c=19 | 58 | 105 | 164 |
| b=50 | 45 | 87 | 36 | d=75 | 60 | 48 | 88 |
- 432) Von 2 Stck einer Ware wiegt das eine a Ztr b fl c g, das andere d Ztr e fl f g; wie groß ist der Unterschied?
- | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-------|----|-----|-----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| a=7 | 13 | 29 | 32 | d=4 | 17 | 31 | 29 |
| b=48 | 87 | 35 | 27 | e=69 | 24 | 16 | 87 |
| c=250 | 375 | 400 | 125 | f=300 | 75 | 120 | 250 |
- 433) Von zwei Grundstücken misst das eine a ha b a c qm, das andere d ha e a f qm; wie groß ist der Unterschied?
- | | | | | | | | |
|------|----|----|----|------|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| a=54 | 28 | 47 | 69 | d=49 | 37 | 29 | 73 |
| b=27 | 39 | 9 | 43 | e=85 | 24 | 33 | 50 |
| c=75 | 67 | 35 | 80 | f=90 | 85 | 50 | 8 |

434) Von zwei Körpern hat der eine a cbm b cdm d ccm, der andere e cbm f cdm g ccm; wie groß ist der Unterschied?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	1	3	2	4	e =	2	1	4	3
b =	98	706	617	156	f =	857	426	382	98
d =	327	548	729	83	g =	163	930	563	0

435) Von 2 Personen zählt die eine a Jahr b Mon c Tg, die andere d Jahr e Mon f Tg; um wie viel ist jene älter als diese?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a =	28	35	52	17	d =	19	27	38	52
b =	3	11	0	5	e =	10	0	9	7
c =	13	22	17	8	f =	9	25	20	16.

4. Addition und Subtraktion benannter Zahlen.

§ 31.

Beispiele.

1) B ^{tto} 4 Ztr 45 ₰	Ta. 65 ₰	2) Einnahme:	Ausgabe:
" 5 " 79 "	" 72 "	1825 ₰ 60 ₰	993 ₰ 42 ₰
" 3 " 98 "	" 56 "	975 " 39 "	678 " 78 "
" 6 " 45 "	" 84 "	862 " 81 "	1265 " 36 "
" 4 " 57 "	" 66 "	1078 " 57 "	876 " 50 "
" 5 " 64 "	" 73 "	654 " 75 "	1049 " 85 "
B ^{tto} 30 Ztr 88 ₰	Ta. 416 ₰	5397 ₰ 12 ₰	4863 ₰ 91 ₰
Ta. 4 " 16 "	Summe aller Einnahmen:	5397 " 12 "	
B ^{tto} 26 Ztr 72 ₰		Kassabestand:	533 ₰ 21 ₰.

Aufgaben.

436) Ein Großhändler kauft während einer gewissen Zeit folgende Partien Kaffee: 83 Ballen = 92 Ztr 46 ₰, 352 B = 429 Ztr 8 ₰, 48 B = 52 Ztr 60 ₰, 417 B = 469 Ztr 32 ₰, 168 B = 205 Ztr 74 ₰, 293 B = 318 Ztr 5 ₰, 506 B = 597 Ztr 84 ₰.

Während derselben verkauft er: 127 B = 148 Ztr 36 ₰, 219 B = 238 Ztr 57 ₰, 73 B = 82 Ztr 69 ₰, 96 B = 112 Ztr 9 ₰, 304 B = 351 Ztr 80 ₰, 152 B = 170 Ztr 4 ₰, 57 B = 68 Ztr 42 ₰. Wie groß ist nach Ballen und Gewicht 1. der Einkauf? 2. der Verkauf? und 3. der Rest?

437) London. Von 6 Fässern Raffinad enthält

Nr	1.	33 Brode,	B ^{tto} 10 Cwt	3 Qrs	15 ₰	Ta. 1 Cwt	1 Qrs	13 ₰
"	2.	69 "	" 8 "	3 "	24 "	" 1 "	0 "	21 "
"	3.	74 "	" 10 "	3 "	0 "	" 1 "	1 "	22 "
"	4.	82 "	" 10 "	3 "	27 "	" 1 "	2 "	8 "
"	5.	70 "	" 9 "	0 "	16 "	" 1 "	1 "	14 "
"	6.	79 "	" 9 "	2 "	23 "	" 1 "	1 "	19 "

Wie groß ist a. die Anzahl sämtlicher Brode; b. das Bruttogewicht? c. die Tara? und d. das Nettogewicht?

- 438) Von 8 Tonnen Reis wiegt Nr. 1: Brutto 9 Ztr 65 ℔ und beträgt die Tara 1 Ztr 27 ℔ . Nr 2: 10 Ztr 47 ℔ , 1 Ztr 53 ℔ .
 Nr 3: 8 Ztr 94 ℔ , 1 Ztr 7 ℔ . Nr 4: 9 Ztr 54 ℔ , 1 Ztr 38 ℔ .
 Nr 5: 10 Ztr 28 ℔ , 1 Ztr 43 ℔ . Nr. 6: 8 Ztr 75 ℔ , 0 Ztr 98 ℔ .
 Nr 7: 0 Ztr 63 ℔ , 1 Ztr 50 ℔ . Nr 8: 10 Ztr 4 ℔ , 1 Ztr 37 ℔ .

Wie groß a. das Brutto-, b. das Nettogewicht? c. die Tara?

- 439) A nahm für B 943 M 80 ℔ , 1756 M 85 ℔ , 3917 M 64 ℔ ein und gab für B 528 M 36 ℔ , 2801 M 50 ℔ , 1064 M 75 ℔ aus; dagegen nahm B für A 692 M 18 ℔ , 3120 M 30 ℔ , 1875 M 64 ℔ ein und gab für A 1040 M 85 ℔ , 2351 M 60 ℔ und 961 M 25 ℔ aus. Wer mußte nach erfolgter Abrechnung herauszahlen und wie viel?

- 440) Am Anfang des Monats enthält die Kasse eines Geschäftes a M b ℔ . Im Laufe der 1. Woche beträgt die Einnahme c M d ℔ ; die Ausgabe e M f ℔ . Während der 2. Woche ist die Einnahme g M h ℔ , die Ausgabe i M k ℔ . In der 3. und 4. Woche beläuft sich die Einnahme auf l M m ℔ , die Ausgabe auf n M p ℔ . Wie groß ist 1. die Gesamteinnahme? 2. die Gesamtausgabe? 3. Was enthält die Kasse am Ende der 1. und 2. Woche und am Ende des Monats?

1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
a=187	203	164	159	h=90	20	45	60
b=40	25	50	75	i=147	159	139	148
c=173	169	158	184	k=25	60	80	85
d=20	40	25	60	l=223	221	197	207
e=159	147	139	151	m=65	80	60	83
f=30	50	40	80	n=167	179	164	159
g=192	185	172	187	p=90	83	75	80.

- 441) Von einer Summe Geldes erhält A 3495 M 48 ℔ , und zwar 308 M 58 ℔ mehr als B. C erhält 248 M 88 ℔ weniger als B, aber 177 M 22 ℔ mehr als D. Wie groß ist die zu verteilende Summe und wie viel erhält jeder?

- 442) Die 3 Seiten eines Dreiecks messen a m b cm, c m d cm und e m f cm. Wie groß ist der Umfang desselben und um wie viel übertrifft die Summe von je 2 Seiten die dritte?

1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
a=13	9	17	14	c=9	10	21	17	e=15	13	9	18
b=96	7	80	56	d=27	60	98	5	f=80	94	6	67

- 443) Wenn eine Uhr in A a Stunden b Min. c. Sek. zeigt, ist es im Orte B d Uhr e Min. f. Sek. Wie viel Uhr ist es in B, wenn die Uhr in A g Stunden h Min. i Sek. zeigt?

1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
a=7	4	10	6	d=6	7	9	10	g=11	8	4	7
b=28	15	43	52	e=51	18	46	4	h=9	23	18	15
c=46	30	27	19	f=34	42	25	53	i=40	34	24	8

- 444) Um a. 11 Uhr 30 Min mittags, b. 9 Uhr 15 Min abends wird von Paris nach Berlin ein Telegramm aufgegeben. Wenn nun der Zeitunterschied für beide Orte 44 Min 14 Sek beträgt, und das Telegramm zur Ueberbringung 9 Min 12 Sek braucht; um welche Berliner Zeit langt dasselbe an?
- 445) A ist jetzt 49 Jahr 9 Monat 27 Tag, B 36 Jahr 11 Monat 29 Tag alt; wie alt wird A sein, wenn B das gegenwärtige Alter des A erreicht haben wird?
- 446) Mit 7 Gewichten, von denen das 1. 1 H , das 2. 2 H , das 3. 4 H , das 4. 8 H , das 5. 16 H , das 6. 32 H und das 7. 37 H wiegt, kann man alle Lasten von 1 H bis 100 H wiegen. Welche Verbindungen der genannten Gewichte ermöglichen dies?
- 447) A kaufte von B ein Fals Wein für 237 M 50 S ; das Fals wurde dabei zu 9 M 68 S gerechnet, die Fracht betrug 6 M 45 S . B schuldet an A 293 M 80 S . Wie viel schuldet B dem A, und wie teuer kommt der Wein?
- 448) Ein Luftballon stieg anfangs 385 m 60 cm, sank hierauf 11 m 45 cm, dann stieg er wieder 97 m 85 cm und sank darauf 8 m 36 cm, nachdem er zum drittenmale 17 m 28 cm gestiegen und dann wieder 4 m 50 cm gefallen war, erhielt er sich lange schwebend. Welch' grölste Höhe hatte er erreicht, und in welcher Höhe schwebte er zuletzt?
- 449) Ein Spieler hatte anfangs 100 M bei sich. Im ersten Spiele gewann er 7 M 35 S , im zweiten verlor er 19 M 50 S , in jedem der zwei folgenden gewann er 9 M 68 S und verlor darauf in jedem der drei folgenden Spiele 17 M 25 S . Welche Summe blieb ihm zuletzt übrig?
- 450)a. Wenn es in Petersburg 12 Uhr mittags ist, zeigt die Uhr in Paris 10 Uhr 8 Min. 4 Sek. vormittags; wie viel Uhr wird es in Petersburg sein, wenn es in Paris a. 4 Uhr 35 Min. 20 Sek. morgens, b. 5 Uhr 47 Min. 36 Sek. nachmittags ist?
- 450b. Ein Grundstück wurde in drei Teile zerlegt. Der eine betrug aha ba cqm, der andere war um da fqm gröfser und der dritte um ga hqm kleiner als der erste. Wie grofs war jeder Teil und wie grofs das gesamte Grundstück?

1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.
a=3	7	10	12	9	d=9	8	13	10	15
b=25	40	39	8	17	f=36	29	42	53	84
c=94	83	25	49	36	g=27	31	18	9	41
					h=68	95	76	54	28.

5. Zeitrechnungen.

§ 32. Die nächste Aufgabe besteht darin, irgend ein Datum als benannte Zahl und umgekehrt eine benannte Zahl als Datum darzustellen. Da die christliche Zeitrechnung mit Christi Geburt beginnt, so sind z. B. am 25. Febr. 1870 nachmittags 3 Uhr seit Christi Geburt 1869 Jahre 1 Mt. 24 Tg. 15 Std. verflossen. Umgekehrt gibt die benannte Zahl 1799 J. 4 Mt. 8 Std. als Datum den 1. Mai 1800 morgens 8 Uhr. Zu beachten ist folgendes:

- 1) Das gemeine Jahr zählt 365 Tage, das Schaltjahr 366 Tage.
- 2) Schaltjahre sind alle diejenigen, welche durch 4 ohne Rest geteilt werden können mit Ausnahme der durch 100, nicht aber durch 400 teilbaren Jahreszahlen.
- 3) Die Monate Januar, März, Juli, August, Oktober und Dezember haben je 31 Tage; die Monate April, Juni, September und November je 30 Tage. Der Monat Februar zählt in einem gemeinen Jahre 28 Tage, im Schaltjahre 29 Tage.
- 4) Jeder Tag hat 24 Stunden, die von Mitternacht an zu zählen sind. So sind z. B. abends 7 Uhr 19 Stunden des Tages verflossen.

Die Zeitangaben lassen sich betrachten entweder 1. als Anfang, oder 2. als Dauer, oder 3. als Ende einer Begebenheit. Sind je zwei von diesen gegeben, so lässt sich die dritte durch Subtraktion oder Addition leicht finden.

Beispiele.

1. A ist geb. den 31. August 1810 morgens 7 Uhr und wurde 47 J. 6 Mon. 18 Tg. 20 Std. alt; wann ist er gestorben?

1809 J. 7 Mt. 30 Tg. 7 Std.

+ 47 „ 6 „ 18 „ 20 „

1857 J. 2 Mt. 21 Tg. 3 Std.; d. 22. März 1858, mgs. 3 Uhr.

2. Wenn Geld den 15. Sept. 1866 aufgenommen und am 1. Jan. 1872 heimbezahlt wird, für welche Zeit ist es zu verzinsen?

3. Ein Wechsel hat noch 3 Mt. 20 Tg. bis zu seinem Verfalltage den 19. Februar 1873 zu laufen; wann wurde jener ausgestellt?

2. 1871 J. 0 Mt. 0 Tg.

— 1865 „ 8 „ 14 „

5 J. 3 Mt. 16 Tg.

für 5 J. 3 Mt. 16 Tg.

3. 1872 J. 1 Mt. 18 Tg.

— 0 „ 3 „ 20 „

1871 J. 9 Mt. 28 Tg.

den 29. Oktbr. 1872.

§ 33.

Aufgaben.

451) Wie viel Jahr, Mon. u. Tg. sind seit Christi Geburt verflossen:

1. den 12. Oktbr. 1492?

2. den 31. Oktbr. 1517?

3. den 17. Septbr. 1631? 4. den 28. Aug. 1739?
 5. den 1. Febr. 1840? 6. den 28. Febr. 1878?
- 452) Wann sind folgende Zeiträume seit Christi Geburt verflossen:
 1. 1499 J. 1 Mt. 27 Tg.? 2. 1571 J. 7 Mt. 24 Tg.?
 3. 1647 J. 9 Mt. 23 Tg.? 4. 1740 J. 3 Mt. 9 Tg.?
 5. 1800 J. 11 Mt. 30 Tg.? 6. 1858 J. 10 Mt. 10 Tg.?
- 453) A ist am n^{ten} Tage des Monats m im Jahre a geboren und
 b Jahr c Mon. d Tg. alt geworden; wann ist er gestorben?
- | | | | | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|---------------|--------|----|----|----|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| $n=24$ | 9 | 15 | 31 | $b=74$ | 37 | 48 | 29 |
| $m=\text{Jan.}$ | Dezbr. | April | Aug. | $c=6$ | 10 | 2 | 11 |
| $a=1712$ | 1594 | 1800 | 1813 | $d=22$ | 28 | 16 | 5. |
- 454) Wenn ein Kapital am n^{ten} Tage des Monats M im Jahre a
 aufgenommen und am p^{ten} Tage des Monats N im Jahre b
 heimgezahlt wird; für welche Zeit ist dasselbe zu verzinsen?
- | | | | | | | | |
|-----------------|---------------|----------------|---------------|------------------|--------------|---------------|---------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| $n=17$ | 1 | 6 | 25 | $p=10$ | 18 | 5 | 31 |
| $M=\text{Aug.}$ | März | Sept. | Jan. | $N=\text{Febr.}$ | Mai | Juni | Aug. |
| $a=1845$ | 1849 | 1854 | 1865 | $b=1850$ | 1852 | 1858 | 1869. |
- 455) Ein Kapital wurde mit den Zinsen für a Jahr b Mon. c Tg.
 am n^{ten} Tage des Monats m im Jahre d zurückbezahlt; wann
 wurde dasselbe aufgenommen?
- | | | | | | | | |
|--------|----|----|----|----------------|---------------|-----------------|----------------|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 1. | 2. | 3. | 4. |
| $a=2$ | 1 | 3 | 4 | $n=10$ | 18 | 31 | 28 |
| $b=8$ | 2 | 11 | 5 | $m=\text{Mai}$ | Okt. | Dezbr. | Febr. |
| $c=25$ | 16 | 9 | 20 | $d=1856$ | 1859 | 1868 | 1873. |
- 456) Berechne das Alter in Jahren, Monaten und Tagen von
 a. Albrecht Dürer geb. d. 20. Mai 1471, gest. d. 6. April 1528.
 b. Martin Luther " " 10. Nov. 1483, " " 18. Febr. 1546.
 c. Joh. Kepler " " 27. Dezbr. 1571, " " 15. Novbr. 1631.
 d. Fürst Blücher " " 16. Dezbr. 1742, " " 12. Septbr. 1819.
 e. Wolfg. Mozart " " 27. Jan. 1756, " " 5. Dezbr. 1791.
 f. Friedr. v. Schiller. " " 11. Novbr. 1759, " " 9. Mai 1805.
- 457) Herder starb anno 1803 den 18. Dezbr. in einem Alter von
 59 Jahren 3 Mon 23 Tg.; wann wurde er geboren?
- 458) Friedrich der Große wurde geb. den 24. Jan. 1712 und er-
 reichte ein Alter von 74 Jahren 6 Mon. 23 Tg.; wann starb er?
- 459) Die Königin Luise von Preussen wurde geb. am 10. März 1776
 und wurde 34 Jahr 4 Mon. 9 Tg. alt; wann starb sie?
- 460) A ist geb. am 25. Sept. 1783 abends 8 Uhr 15 Min.; wie
 alt ist derselbe am 12. März 1870 morgens 6 Uhr 30 Min.?
- 461) Ein Wechsel wird am 12. Juni 1876 ausgestellt und hat
 2 Mon. 28 Tage zu laufen; welches ist sein Verfalltag?

- 462) Wie lange hat ein Wechsel zu laufen, der am 12. Mai 1877 ausgegeben und unterm 5. Aug. desselben Jahres fällig wird?
- 463) Ein Wechsel hat noch 2 Mt. 15 Tg. bis zu seinem Verfalltage am 30. April 1878 zu laufen; wann wurde jener ausgestellt?
- 464) Der Dichter Klopstock starb in einem Alter von 78 Jahren 8 Mon. 12 Tg. am 14. März 1803; wann ist er geboren?
- 465) Der Chemiker Lavoisier starb im Alter von 50 Jahren 8 Mon. 22 Tg. am 8. Mai 1794; wann ist er geboren?

6. Multiplikation benannter Zahlen.

§ 34. 1. Es liegt im Wesen der Multiplikation, daß eine benannte Zahl nur mit einer unbenannten multipliziert werden kann; die Benennung des Produkts entspricht der des Multiplikanden.

So ist z. B. der Preis von 57 m à 6 *M* = $57 \cdot 6 \text{ M} = 342 \text{ M}$. Da die Reihenfolge der Faktoren eine beliebige ist, so wird man in manchen Fällen mit Vorteil den Multiplikanden mit dem Multiplikator vertauschen; z. B.

$$200 \text{ Rb} \text{ à } 13 \text{ S} = 200 \cdot 13 \text{ S} = 13 \cdot 200 \text{ S} = 13 \cdot 2 \text{ M} = 26 \text{ M}$$

$$60 \text{ Cwt} \text{ à } 14 \text{ s} = 60 \cdot 14 \text{ s} = 14 \cdot 60 \text{ s} = 14 \cdot 3 \text{ £} = 42 \text{ £}.$$

2. Besteht der Multiplikand aus verschiedenen Einheiten, so beginnt man mit der Multiplikation der niedrigsten Einheit und dividiert das Produkt durch die entsprechende Reduktionszahl. Der Rest bildet die Anzahl der niedrigsten Einheit im gesuchten Produkte; der Quotient ist zu dem Produkte zu addieren, das man erhält, wenn man die Anzahl der nächst höheren Einheit mit der gegebenen Zahl multipliziert. Diese Summe wird auf's neue reduziert, die Multiplikation, Reduktion und Addition so lange wiederholt, bis alle Ziffern der höchsten Einheit in Rechnung gekommen sind. Z. B.

$$\text{London. } 87 \text{ £ } 16 \text{ s } 7 \text{ d} \cdot 17 = 1493 \text{ £ } 1 \text{ s } 11 \text{ d}.$$

3. In manchen Fällen wird es vorteilhaft sein, den mehrstelligen Multiplikator zu zerlegen. Z. B.

$ \begin{array}{r} 1. \quad 37 \text{ Ztr } 84 \text{ Rb } 275 \text{ g} \cdot 72 \\ \hline 340 \text{ Ztr } 60 \text{ Rb } 475 \text{ g} \quad (9 \cdot 8 \cdot) \\ \hline 2724 \text{ Ztr } 87 \text{ Rb } 300 \text{ g} \end{array} $	$ \begin{array}{r} 2. \quad 246 \text{ M } 65 \text{ S} \quad 168 \\ \hline 3206 \text{ M } 45 \text{ S} \quad (13 \cdot 13 - 1) \\ \hline 41683 \text{ M } 85 \text{ S} \\ 41437 \text{ M } 20 \text{ S} \end{array} $
--	--

4. Häufig ist es von Vorteil, sich den genannten Multiplikanden zu der nächst höheren Einheit ergänzt zu denken, in welchem Falle man das Produkt aus der Ergänzung und dem Multiplikator von diesem abzieht; z. B.

$$\begin{aligned}
 187 \text{ m à } 93 \text{ S} &= 187 \cdot (1 \text{ M} - 7 \text{ S}) = 187 \text{ M} - 187 \cdot 7 \text{ S} \\
 &= 187 \text{ M} - 7 \cdot (2 \text{ M} - 13 \text{ S}) = 173 \text{ M } 91 \text{ S}.
 \end{aligned}$$

5. Wenn gleich die Multiplikation gewöhnlich mit der niedrigsten Einheit begonnen wird, so kann man doch ebenso gut, besonders wenn die Vertauschung des Multiplikators mit dem Multiplizierten vorteilhaft ist, mit der Multiplikation der höchsten Einheit beginnen; z. B.

$$\begin{array}{rcl}
 19 \text{ Tons } 13 \text{ Cwt } 2 \text{ Qrs } 24 \text{ ℥} & 224 & (\text{London}) \\
 \hline
 4256 \text{ Tons } 0 \text{ Cwt } 0 \text{ Qrs } 0 \text{ ℥} & = & 19 \cdot 224 \text{ Tons} \\
 145 \text{ „ } 12 \text{ „ } 0 \text{ „ } 0 \text{ „} & = & 224 \cdot 13 \text{ Cwt} = (11 \text{ Tons } 4 \text{ Cwt}) \cdot 13 \\
 5 \text{ „ } 12 \text{ „ } 0 \text{ „ } 0 \text{ „} & = & 224 \cdot 2 \text{ Qrs} = 56 \text{ Cwt} \cdot 2 \\
 2 \text{ „ } 8 \text{ „ } 0 \text{ „ } 0 \text{ „} & = & 224 \cdot 24 \text{ ℥} = 8 \cdot 24 \text{ Qrs} = 24 \cdot 2 \text{ Cwt.} \\
 \hline
 4409 \text{ Tons } 12 \text{ Cwt } 0 \text{ Qrs } 0 \text{ ℥.}
 \end{array}$$

6. Manche Vorteile bietet die sogenannte Zerfällungs-, Zerlegungs- oder Zerstreuungs-Methode, die auf der Zerlegung einer Anzahl von Einheiten in bequeme Teile der nächst höheren Einheit beruht. Will man z. B. von dem Preise eines Ztr auf den von 87 ℥ schließen, so zerlege man zunächst 87 ℥ in $50 + 25 + 10 + 2$ ℥ und berechne hierauf

- die Hälfte des Preises pr. Ztr (Preis von 50 ℥),
- die Hälfte von a., da $50 : 2 = 25$ (Preis von 25 ℥),
- den 5^{ten} Teil von a., da $50 : 5 = 10$ (Preis von 10 ℥),
- den 5^{ten} Teil von c., da $10 : 5 = 2$ (Preis von 2 ℥).

Die Summe dieser Quotienten gibt den gesuchten Preis von 87 ℥. Z. B. 1834 £ 12 s à 20 *℔* 45 *℥* pr. £.

$$\begin{array}{rcl}
 1834 \cdot 20 \text{ „} & . & . & . & . & 36680 \text{ „} \\
 1834 \cdot 25 \text{ „} & = & (1834 : 4) \text{ „} & 458 \text{ „} & 50 \text{ „} \\
 1834 \cdot 20 \text{ „} & = & (1834 : 5) & 366 \text{ „} & 80 \text{ „} \\
 10 \text{ s} & = & \text{der Hälfte von } 1 \text{ £} & 10 \text{ „} & 23 \text{ „} & \text{ca.} \\
 2 \text{ s} & = & \text{dem } 5. \text{ Teil von } 10 & 2 \text{ „} & 4 \text{ „} & \text{„} \\
 & & & \hline
 & & & 37517 \text{ „} & 57 \text{ „} & \text{ca.}
 \end{array}$$

7. Sehr einfach ist die Multiplikation solcher benannter Zahlen, die dem Decimalsystem angehören. In diesem Falle reduziert man zunächst die verschiedenen Einheiten auf die vorkommende niedrigste, multipliziert die gefundenen Zahlen gleich unbenannten und reduziert das Produkt auf die höheren Einheiten, z. B.

- 1 l kostet 23 *℥*; wie teuer sind 49 hl 75 l?
 $4975 \text{ l à } 23 \text{ „} = 114425 \text{ „} = 1144 \text{ „} 25 \text{ „}.$
- Amsterdam. 1 g kostet 13 cs; wie teuer 267 kg 85 g?
 $264085 \text{ g à } 13 \text{ cs} = 3433105 \text{ cs} = \text{fl } 34331. 5 \text{ cs}.$

§ 35.

Aufgaben.

- 466) a. 250 l à 79 *℥* b. 375 ℥ à 82 *℥* c. 560 m à 95 *℥*
 467) a. 125 cbm à 86 *℥* b. 98 a à 93 kr. c. 180 g à 67 cs.

- 468) a. 48 Ztr à 52 $\mathcal{M}$ 36 $\mathcal{S}$ b. 123 cbm à 14 $\mathcal{M}$ 68 $\mathcal{S}$
 469) a. 25 Stek à 8 qm 34 qdm b. 285 hl à 17 $\mathcal{M}$ 34 $\mathcal{S}$
 470) a. 54 St. à 2 cbm 250 cdm b. 125 a à 39 $\mathcal{M}$ 78 $\mathcal{S}$
 471) a. 147 Npln. à 16 $\mathcal{M}$ 21 $\mathcal{S}$ b. 39 £ à 20 $\mathcal{M}$ 39 $\mathcal{S}$
 472) a. 94 Imp à 16 $\mathcal{M}$ 72 $\mathcal{S}$ b. 78 holl. 10-fl Stek à 16 $\mathcal{M}$ 63 $\mathcal{S}$
 473) a. 125 # à 9 $\mathcal{M}$ 56 $\mathcal{S}$ b. 236 \$ à 4 $\mathcal{M}$ 17 $\mathcal{S}$
 474) a. London. 240 Dtz. à 7 s b. Petersburg. 480 S. $\mathcal{R}^0$ à 3 s 3 d
 475) a. 240 Cwt à 9 £ 17 s 8 d b. 18 Trß 9 oz D à 4 s 11 d pr' oz
 476) a. 43 hl 67 l à 35 $\mathcal{M}$ 48 $\mathcal{S}$ b. 437 kg 250 g à 6 $\mathcal{M}$ 45 $\mathcal{S}$ p. kg
 477) a. 168 Mfs à 74 c' 578 c'' ddc b. Wien. 36 Eim. à 14 fl 25 kr
 478) a. 27 hm 8 m à 8 fs 62 cs p. m b. Madrid. 269 @ à 3 \$ 12 Rl
 479) a. 238 Mfs à 42 c' 997 c'' dc b. 325 c' Wasser à 44 fl 12 Lt (a. G.)
 480) Wie viel beträgt die Fracht von 63 Ztr 50 fl à 4 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$ pr. Ztr?
 481) " " " " " 57 t 625 kg à 79 $\mathcal{M}$ 65 $\mathcal{S}$ pr. Ton?
 482) Was kosten 47 Grfs 9 Dtz à 38 $\mathcal{M}$ 85 $\mathcal{S}$ pr. Grfs?
 483) " " 13 ha 46 à 50 qm à 39 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$ pr. Ar?
 484) " " 21 fl 375 g Silber à 89 $\mathcal{M}$ 25 $\mathcal{S}$ pr. fl?
 485) " " 35 Grfs 8 Dtz 6 Stek à 7 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$ pr. Dtz?
 486) " " 123 hl 62 l 50 cl à 46 $\mathcal{S}$ pr. Liter?
 487) " " 25 Ztr 83 fl 300 g à 48 $\mathcal{S}$ pr. 50 g?
 488) " " 127 m 85 cm Zeug à 2 $\mathcal{M}$ 35 $\mathcal{S}$ pr. Meter?
 489) " " 43 qm 65 qdm 50 qcm à 3 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$ pr. qm?
 490) " " 17 cbm 625 cdm 750 ccm à 4 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ pr. cbm?
 491) " " 172 £ 16 s 9 d à 20 $\mathcal{M}$ 32 $\mathcal{S}$ pr. £?
 492) " " 17 t 13 Ztr 50 fl à 47 $\mathcal{M}$ 65 $\mathcal{S}$ pr. Ztr?
 493) Amsterdam. 269 $\mathcal{R}^0$ 45 Kop. à 1 fl 92 cs pr. $\mathcal{R}^0$ S.
 494) London. 56 Trß 8 oz @ à 3 £ 17 s 9 d pr. oz.
 495) " 35 Tons 16 Cwt à 13 £ 18 s 10 d pr. Ton.
 496) " 87 Qdt-Yd 5 q' 126 q'' à 2 s 9 d pr. q'.
 497) Paris. a. 97 s 875 ms, b. 369 s 625 ms à 11 fs 50 cs pr. Ster.
 498) " 378 hl 61 50 cl à 1 fr 42 cs pr. Liter.
 499) Petersburg. 23 Pd 17 fl 48 Sol à 1 $\mathcal{R}^0$ 65 Kop pr. fl.
 500) Wien. 19 Ztr. 83 fl 24 Lt à 2 fl 78 kr. pr. fl (1 fl = 32 Lt.)
 a. A erspart wöchentlich 2 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$; wie viel in 5 Jahren?
 b. B sät 9 hl 75 l aus und erntet 25 fach. Wie viel erntet er?
 c. Ein Wagen legt in der Sek. 19 m 45 cm zurück; w. v. in 4 Std?
 d. Wie viel m, cm u. mm sind 75 bayr. @ à 83 cm 3 mm?
 f. Ein Weinhändler hat a Fässer Wein zu je b hl cl, d Fässer zu je f hl gl und h Fässer zu je k hl ml. Wie viel Wein hat er im ganzen und was kostet derselbe, wenn das Liter der ersten Sorte mit n $\mathcal{S}$, das der zweiten mit p $\mathcal{S}$ und von der dritten mit q $\mathcal{S}$ bezahlt wird?

	1.	2.	3.	4.		1.	2.	3.	4.
a=	3	4	5	6	h=	5	4	3	2
b=	24	37	19	41	k=	17	23	37	28
c=	50	75	86	25	m=	64	35	40	75
d=	4	3	6	5	n=	85	90	95	80
f=	29	34	32	43	p=	100	120	110	105
g=	45	60	25	94	q=	125	135	140	130.

7. Division benannter Zahlen.

§ 36. 1. Bei der Division benannter Zahlen sind drei Hauptfälle zu unterscheiden, nämlich

- der Divisor ist eine unbenannte Zahl; z. B. $136 \text{ ℔} : 17 = 8 \text{ ℔}$.
- der Divisor ist als eine unbenannte Zahl zu denken; z. B. 26 m kosten 156 ℔ , somit 1 m den 26. Teil, also $156 \text{ ℔} : 26 = 6 \text{ ℔}$.
- Der Divisor hat mit dem Dividenden gleichartige Benennung. Soll z. B. untersucht werden, wie oft 54 fs von 486 fs weggenommen werden können, so ergibt sich die einfache Rechnung $486 \text{ fs} : 54 \text{ fs} = 9$. In den beiden ersten Fällen ist der Quotient eine benannte, im dritten Falle eine unbenannte Zahl.

2. Ist der Divisor eine unbenannte Zahl, oder wird er als solche betrachtet, so beachtet man folgendes Verfahren:

Man dividiert mit dem Divisor in die Zahl der höchsten Einheit des Dividenden, reduziert den etwa verbleibenden Rest auf die nächstniedrigere Einheit und addiert hiezu die im Dividenden befindliche Anzahl der entsprechenden Einheit. Die erhaltene Summe wird auf's neue dividiert und in der angegebenen Weise fortgeföhren, bis die Anzahl der niedrigsten Einheit in Rechnung gekommen ist. Ist der letzte Rest größer oder ebenso groß oder etwas kleiner als der halbe Divisor, so vermehrt man den letzten Quotienten um 1; ist der letzte Rest jedoch ziemlich kleiner als der halbe Divisor, so wird er gewöhnlich unberücksichtigt gelassen. Z. B.

- 16 Ballen Papier kosten 923 ℔ 80 ℔ wie teuer 1 Ballen?
 $923 \text{ ℔} 80 \text{ ℔} : 16 = 57 \text{ ℔} 74 \text{ ℔}$ ca.
- London. 18 Yrd Stück kosten 6 £ 12 s; wie teuer 1 Yrd?
 $6 \text{ £} 12 \text{ s} : 18 = 132 \text{ s} : 18 = 7 \text{ s} 4 \text{ d}$.

3. Muß man den Divisor als unbenannte Zahl betrachten, so wird nicht selten zunächst eine Reduktion nötig. Z. B. 13 Ztr 85 ℔ kosten 285 ℔ 75 ℔ ; wie teuer 1 ℔ ?

$$13 \text{ Ztr } 85 \text{ ℔} = 1385 \text{ ℔}; 285 \text{ ℔ } 75 \text{ ℔} = 28575 \text{ ℔}, \text{ also } 28575 : 1385 = 21 \text{ ℔} \text{ ca.}$$

4. Sind Dividend und Divisor gleichartig benannte Zahlen (3. Fall), so wird ebenfalls der Division häufig die Reduktion auf dieselbe Einheit vorangehen müssen; z. B. Wie oft kann man 34 ℔

250 g von 27 Ztr 25 ℔ 250 g einer Ware auswiegen? 27 Ztr 25 ℔
 $250 \text{ g} = 1362750 \text{ g}$; $34 \text{ ℔ } 250 \text{ g} = 17250 \text{ g}$; $1362750 : 17250 = 79$,
 also 79mal.

5. Gehören die benannten Zahlen dem Decimalsystem an, so wird man der Division in der Regel die Reduktion auf die niedrigste Einheit vorangehen lassen; z. B. Wie oft kann man 3 qm 85 qdm von 249 a 8 qm 5 qdm ausmessen?

$249 \text{ a } 8 \text{ qm } 5 \text{ qdm} = 2490805 \text{ qdm}$; $3 \text{ qm } 85 \text{ qdm} = 385 \text{ qdm}$
 $2490805 : 385 = 6470 \text{ ca}$, somit nahezu 6470mal.

§ 37.

Aufgaben.

- 501) 92 Ztr kosten 2963 ℔ 75 ℥ ; wie teuer ein Ztr?
- 502) 2365 hl kosten 8811 ℔ 75 ℥ ; wie teuer 1 hl?
- 503) 189 m kosten a. 765 ℔ 70 ℥ , b. 239 ℔ 85 ℥ ; was kostet 1 m?
- 504) 45 qm kosten 123 ℔ 40 ℥ ; wie teuer 1 qm?
- 505) 10 ha 75 a kosten 11369 ℔ 40 ℥ ; wie teuer 1 a?
- 506) 127 cbm kosten 1987 ℔ 80 ℥ ; wie teuer 1 cbm?
- 507) 9 cbm 250 cdm kosten 1849 ℔ 90 ℥ ; wie teuer 1 cdm?
- 508) 26 Ztr 73 ℔ kosten 1945 ℔ 45 ℥ ; wie teuer 1 ℔ ?
- 509) 93 kg 80 g kosten 15823 fs 60 cs; wie teuer ist 1 g?
- 510) 8 c⁰ 368 c' dc wiegen 7596 Ztr 84 ℔ ; was wiegt 1 c'?
- 511) 3 ℔ 175 g f. $\odot$ kosten 4570 ℔ ; welchen Wert hat 1 Lt à 10 g?
- 512) 145 Stck à 20 fs gelten 2350 ℔ 45 ℥ ; wie teuer 1 Stck?
- 513) 379 £ 15 s gelten 7744 ℔ 40 ℥ ; wie teuer 1 Schilling?
- 514) 250 russ. Imprl gelten 4177 ℔ 50 ℥ ; wie teuer 1 Imp?
- 515) 465 \$ gelten 1943 ℔ 70 ℥ ; wie teuer 1 Dollar?
- 516) 1920 $\text{R}^0 = 312$ £; welchen Wert in s und d hat 1 R^0 ?
- 517) 37 Tr ℔ 9 oz D kosten 115 £ 2 s 9 d; wie teuer 1 oz?
- 518) Ein Rad macht in 3 Tagen 15 Stunden 38 Min 120934 Umdrehungen; wie viel in a. 1 Minute? b. in 5 Stunden?
- 519) Mit welcher Geschwindigkeit (in 1 Sekd) durchfliegt eine Brieftaube in 1 Std 23 Min 45 Sek einen Weg von 24 Ml 35 hm?
- 520) Wie viel Liter à 40 c' dc hält ein Gefäß von 19 c' 80 c' dc?
- 521) Wie viel Mfs à 43 c' dc hält ein Gefäß von 29 c' 627 c' dc?
- 522) Wie oft kann man 29 ℔ 60 ℥ von 1420 ℔ 80 ℥ wegnehmen?
- 523) Wien. Wie oft sind 106 fl 60 kr von 3731 fl wegzunehmen?
- 524) Wie oft 2 Grfs 9 Dtz 7 Stck von 99 Grfs 1 Dtz 9 Stck?
- 525) Wie viel Steine à 49 qdm 60 qcm braucht man zum Belegen einer Fläche von a. 61 qm 87 qdm 50 qcm, b. 17 qm 32 qdm 50 qcm?
- 526) Wie viel Tafeln à 4 q' 72 q' ddc zu 1 q⁰ 112 q' 72 q' ddc?
- 527) Wie viel c' Wasser à 44 ℔ 12 Lt bayr. (altes Gewicht) enthält eine Masse von 3 Ztr 10 ℔ 20 Lt (1 ℔ = 32 Lt)?
- 528) Wie oft läßt sich ein Faden von 41⁰ 4''' dc um eine Welle winden, deren Umfang a. 2' 6'' 8''' dc, b. 5' 7''' ddc mißt?

- 529) Wie viel Geschosse à 25 Gramm gehen auf den Zentner?
 530) In welcher Zeit wird ein Behälter von 3 cb 450 cdm gefüllt durch eine Röhre, die in 1 Minute 7 Liter 500 ccm liefert?
 531) Von 2 Rädern braucht das 1^{te} 1 St 7 Min 30 Sek, das 2^{te} 3 Min 45 Sek zu 1 Umdrehung; wie oftmal läuft dieses schneller um?
 532) Das bayr. ℥ (à 32 Lt) hatte 560 g; wie viel g u. mg = 1 Lt?

8. Multiplikation und Division benannter Zahlen.

§ 38

Beispiel.

12 ℥ 250 g kosten 5 ℳ 40 ℔ ; wie viel um 243 ℳ ?

Man erhält so oft 12 ℥ 250 g, als man 5 ℳ 40 ℔ von 243 ℳ wegnehmen kann. 5 ℳ 40 ℔ = 540 ℔ , 243 ℳ = 24300 ℔ .

24300 : 540 = 45mal, also 12 ℥ 250 g · 45 = 5 Ztr 62 ℥ 250 g.

Aufgaben.

- 533) 27 m kosten 62 ℳ 45 ℔ ; wie teuer sind 351 m?
 534) 2 hm 6 m kosten 195 ℳ 70 ℔ ; ? km etc. um 12329 ℳ 10 ℔ ?
 535) 3 qm 50 qdm kosten 9 ℳ 45 ℔ ; wie viel qm etc. 1417 ℳ 50 ℔ ?
 536) 13 a 50 qm kosten 174 ℳ 50 ℔ ; wie teuer 126 a 75 qm?
 537) 2 cbm 375 cdm kosten 45 ℳ 18 ℔ ; wie teuer 47 cbm 500 cdm?
 538) 17 cbm 250 cdm kosten 163 ℳ 75 ℔ ; wie viel cbm etc. 3420 ℳ ?
 539) 67 hl 50 l kosten 3594 fl 78 kr; wie teuer 7 hl 50 l?
 540) 11 Ztr 87 ℥ 250 g kosten 1387 ℳ 60 ℔ ; wie teuer 62 ℥ 250 g?
 541) 24 Ztr kosten 864 ℳ ; wie viel erhält man um 13 ℳ 50 ℔ ?
 542) 2 kg 345 g kosten 187 fs 25 cs; wie teuer 42 kg 210 g?
 543) Wie teuer 1 Yrd, wenn 27 Stck à 50 Yrd 381 £ 6 s gelten?
 544) Wie teuer 3Pd 17 ℥ 48Sol, wenn 27 ℥ 48Sol 19 ℞^0 50Kop kosten?
 545) Für 1 Arbeiter der 1. Klasse ist der Taglohn 2 fl 24 kr, für 1 der 2. Klasse 1 fl 90 kr. In wie viel Tagen verdienen 19 Arbeiter der 1. Klasse soviel als 16 Arbeiter der 2. Klasse in 7 Tagen?
 546) Was wiegen 25 Eimer à 64 Mfs Wasser, wenn 1 Mfs = 43 c' de und 1 c' Wasser 49 ℥ 375 g wiegt (1 c' = 1000 c' de).
 547) An einem Schöpfgrad sind 24 Gefäße, von denen jedes beim Umdrehen 2 l 500 ccm Wasser liefert. Wenn nun das Rad in 5 Minuten 58 Umdrehungen macht; wie viel hl etc. liefert es in 12 Stunden, und wie schwer ist diese Wassermasse?
 548) Wenn ein Körper in 49 Minuten 1 km 443 m 5 cm zurücklegt; wie groß ist der in 1 Std 5 Min durchlaufene Weg?
 549) Von einem Vollmonde zum nächstfolgendensind 29 Tag 12 Stunden ca. Wie viel Mondmonate verfließen in 118 Sonnenjahren, deren jedes zu 365 Tagen 6 Stunden gerechnet wird?
 550) Die 20 fs-Stücke haben einen Durchmesser von 21 mm; wie

viel derselben können auf einem Tische von 1 m 68 cm Länge und 1 m 5 cm Breite nebeneinander gelegt werden?

- 551) Eine eiserne Kugel von 1 cdm 380 ccm wiegt 10 kg 50 g; wie schwer ist ein eiserner Würfel von 1 cbm 560 cdm?
- 552) Wie viel Kronen à 10 Mk für 145 £ à 20 Mk 30 Sch?
- 553) Wie viel Doppelkronen à 20 Mk a. für 378 # à 9 Mk 56 Sch, b. für 235 Ld'or à 16 Mk 35 Sch, c. für 145 £ à 20 Mk 30 Sch?
- 554) Ein Stein von 1 m Länge, 80 cm Breite und 2 m Höhe wiegt 49 Ztr 75 Pf. Wie schwer ist ein anderer desselben Materials von 90 cm Länge, 60 cm Breite und 1 m 50 cm Höhe?

9. Durchschnittsberechnungen.

§ 39 Zu irgend einer Anzahl verschiedener zusammengehöriger Angaben findet man den Durchschnitt (Durchschnittszahl, arithmetisches Mittel), wenn man die Summe der Angaben durch ihre Anzahl dividiert. Zu verschiedenen Quantitäten findet man den durchschnittlichen Wert der Maßeinheit, wenn man den Gesamtwert jener durch die Zahl der Maßeinheiten dividiert. Z.B. Kauft A von verschiedenen Sorten einer Ware, und zwar von der 1^{ten} Sorte 25 Pf à 80 Sch, von der 2^{ten} 40 Pf à 1 Mk 20 Sch, von der 3^{ten} 58 Pf à 1 Mk 50 Sch und von der 4^{ten} Sorte 63 Pf à 1 Mk 70 Sch, so ist der Durchschnittspreis pro Pf folgender:

$$(25 \cdot 80 + 40 \cdot 120 + 58 \cdot 150 + 63 \cdot 170) : (25 + 40 + 58 + 63) \text{ Sch.} \\ = (2000 + 4800 + 8700 + 10710) : 186 = 26210 : 186 = 1 \text{ Mk } 41 \text{ Sch ca.}$$

Aufgaben.

- 555) Wenn in Stuttgart und Augsburg von a: 1809 bis 1828 für die Zeit vom Neumond bis zum 1. Viertel 764, vom 1. Viertel bis zum Vollmond 845, von letzterem bis zum letzten Viertel 761 und von diesem bis zum Neumond 696 Regentage berechnet worden sind; wie viel Regentage entziffert während jener Zeit durchschnittlich ein Mondsviertel?
- 556) Für das erste Quartal beträgt die Einnahme 1763 Mk 40 Sch und die Ausgabe 1108 Mk 50 Sch; für das 2. Quartal bez. 2226. 80. und 1793. 30.; für das 3.: 3109. 80. und 2573. 0.; für das 4.: 2620. 0. und 2137. 90. Wie groß ist durchschnittlich pr. Mon 1. die Einnahme? 2. die Ausgabe? 3. der Ueberschufs?
- 557) Nach Schübler betrug zu Augsburg während 20 Jahren die Regenmenge am Neumond 299'' par., am 1. Viertel 277'', am 2. Oktanten 301'', am Vollmond 278'' und am letzten Viertel 220'' par. Welches ist die durchschnittl. Regenmenge?
- 558) Wenn das Barometer nach je 8 Stunden folgende Höhen in mm

zeigt: 755, 754, 756, 758, 757, 759, 758, 760, 762 u. 759; welches ist der mittlere Barometerstand in mm?

- 559) An einem Tag zeigt nach je 2 Stunden das Thermometer nach Réaumur 6° , 8° , 10° , 13° , 18° , 17° , 14° , 11° und 7° ; welches ist der mittlere Thermometerstand?
- 560) Das Deutsche Reich hat einen Flächeninhalt von 540561 qkm mit 42600000 Einwohnern, Frankreich hat 36102921 Einw. auf 528570 qkm. Wie viel Einwohner treffen durchschnittlich auf 1 qkm a) im Deutschen Reiche? b) in Frankreich?
- 561) Von 50 ha gibt jeder einen Ertrag von 9 $\mathcal{M}$, von 38 ha jeder 8 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ und von 27 ha jeder 8 $\mathcal{M}$ 15 $\mathcal{S}$. Wie groß ist der durchschnittliche Ertrag pr. Hektar?
- 562) Jemand kauft 48 Flaschen Wein à 1 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$, 36 Flaschen à 1 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$, 50 Flaschen à 1 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$ und 75 Flaschen à 1 $\mathcal{M}$ 60 $\mathcal{S}$; was ist der durchschnittliche Preis einer Flasche?
- 563) Ein Gutsherr liefert 175 hl Korn, 250 hl Weizen, 236 hl Gerste und 84 hl Hafer. Er verkauft pr. hl Roggen um 11 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$, Weizen um 18. 25., Gerste um 9. 75. und Hafer um 6 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$. Wie groß ist der durchschnittliche Erlös pr. hl?
- 564) Ein Tuchhändler kauft auf der Messe 6 verschiedene Sorten Tuch, und zwar 366 m à 12 $\mathcal{M}$ 60 $\mathcal{S}$, 480 m à 11. 40., 425 m à 10. 50., 586 m à 9. 45., 532 m à 8 $\mathcal{M}$ 70 $\mathcal{S}$ und 624 m à 7 $\mathcal{M}$; wie groß ist der durchschnittliche Preis pr. m?
- 565) Ein Weinbergbesitzer erntet in 6 aufeinander folgenden Jahren folgende Weinmengen, die er zu den beigesetzten Preisen verkauft: 1. 175 hl à 82 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$; 2. 98 hl à 92. 40.; 3. 140 hl à 87. 9.; 4. 83 hl à 88. 20.; 5. 129 hl à 85. 20. und 6. 74 hl à 84 $\mathcal{M}$. Was ist 1. der durchschnittl. jährliche Ertrag des Weinbergs? 2. der durchschnittl. Verkaufspreis pr. hl?
- 566) Eine Abteilung von 25 Arbeitern erhält in 12 Tagen 287 fl 50 kr, die 2. Abteilung von 36 Arbeitern in 15 Tagen 493 fl 75 kr und die 3. Abteilung von 42 Arbeitern in 18 Tagen 803 fl 25 kr Lohn. Wie groß ist der durchschnittliche Arbeitslohn eines Arbeiters in den verschiedenen Klassen? Wie groß ist der mittlere Tagelohn für 1 Arbeiter? (1 fl = 100 kr.)

§ 40. Aufgaben, in denen die 4 Spezies vereint zur Anwendung kommen.

- 567) Ein Geschäftsmann überschickt einem Kaufmann Waren im Werte von 1097 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ und erhält dafür von diesem 37 $\mathcal{R}$ à 9 $\mathcal{M}$ 55 $\mathcal{S}$, 21 holl. 10 fl-Stücke à 16. 60., 18 £ à 20. 35. und den Rest in Silber. Wie groß ist dieser?

- 568) Jemand kauft 62 fl 250 g Kaffee à 1 M 30 g pr. fl , 75 fl Zucker à 78 g , 56 fl Tabak à 85 g und 12 fl 250 g Thee à 4 M 60 g pr. fl ; wie viel 20 M -Stücke sind dafür zu zahlen, und wie groß ist der Rest in Silber?
- 569) Ein Wiener Kaufmann erhält 13 Ztr 50 fl süsse Mandeln à 35 fl 60 kr, 9 Ztr 75 fl Nelken à 44 fl 50 kr und 11 Ztr 25 fl Fernambuk à 52 fl 80 kr pr. Ztr. Er verkauft die Mandeln zu 39 kr, Nelken zu 48 kr und den Fernambuk zu 57 kr pr. fl . Wie groß ist der Gewinn?
- 570) 275 fl Reis werden für 110 M gekauft; wie teuer ist 1 fl zu verkaufen, wenn man pr. fl 5 g gewinnen will?
- 571) 25 Dtz Tücher kauft man für 162 M 50 g und will am Dtz 2 M 40 g gewinnen; wie teuer ist 1 Stck zu verkaufen?
- 572) Vom 18fachen von 543 M 60 g erhielt A den 4., B den 3., C den 6^{ten} Teil und D den Rest. Wie viel bekam Jeder?
- 573) Im Jahre 1844 hatten die Freiburger Silbergruben eine Ausbeute von 71223 köln Mark, ca. 12600 M fl mehr als anno 1843. Wie groß war die Ausbeute a) in beiden Jahren und b) zusammen, die M fl Silber zu 41 M 95 g gerechnet?
- 574) Ein synodischer Monat (die Zeit von einem Neumond zum nächsten) ist 29 Tg 12 Std 44 Min 3 Sek, ein Sonnenjahr 365 Tg 5 Std 48 Min 47 Sek lang; um wie viel sind 235 synodische Monate von 19 Sonnenjahren verschieden?
- 575) Für die Länge eines tropischen Jahres, das genau 365 Tag 5 Std 48 Min 51 Sek beträgt, nimmt man gewöhnlich 365 Tg 6 Std an und schaltet dieser 6 Std wegen je am 4^{ten} Jahr einen Tag ein. In wie viel Jahren würde das jährlich zuviel Genommene wieder ein tropisches Jahr betragen?
- 576) Zwei Dampfboote fahren zur gleichen Zeit von einem Orte ab; das eine legt thalwärts in jeder Sek 3 m 50 cm, das andere zu Berg 2 m 80 cm zurück; wie weit werden beide Schiffe nach 2 Std 17 Min 30 Sek von einander entfernt sein?
- 577) Ein Bauplatz hat eine Länge von 47 m 50 cm und eine Breite von 32 m 80 cm; wie teuer à 6 M 50 g pr. qm?
- 578) Ein rechteckiges Grundstück von 1 km 250 m Länge und 750 m Breite kostet 47350 M ; wie hoch kommt die Ar?
- 579) Ein Garten hat 1 Umfang von 976 m und 1 Breite von 214 m; a. wie lang, b. groß und c. teuer ist er à 9 M 75 g pr. qm?
- 580) Wie lang ist der Tag, sowie die Nacht und zu welcher Zeit geht die Sonne auf und unter, wenn die Nacht um 4 Std 37 Min 45 Sekdn kürzer ist als der Tag?

- 581) Die Länge der Erdbahn beträgt nach Encke 131185000 geographische Meilen. Da nun die Erde diese Bahn in 365 Tg 5 Std 48 Min 51 Sek durchläuft; wie viel Meilen legt sie durchschnittlich in 1 Sek zurück?
- 582) Ein Kaufmann hatte am Anfang des Monats in seiner Kasse:
a. 27 # à 9 M 56 S, b. 19 Npd'or à 16. 15., c. 34 Imp à 16. 65., d. 25 holl. 10 fl-Stck à 16. 60. und e. 816 M 75 S. Im Laufe des Monats betrug die Einnahme: a. 31 #, b. 18 Npln, c. 26 Imp, d. 19 holl. 10 fl-Stck. und 775 M 70 S. Der Kassenbestand entzifferte am Ende des Monats 3187 M 45 S. Wie groß ist 1. die monatl. Einnahme und Ausgabe? 2. die durchschnittl. Einnahme und Ausgabe pr. Tg?
- 583) A gibt B 79 Stck einer Ware à 1 M 60 S B dem A 48 Stck à 2. 25. Was ist zur Ausgleichung nötig und wer hat zu zahlen?
- 584) A kauft von B 168 kg 50 g à 2 cs pr. Gramm, und von einer andern Ware 74 kg 309 g, und erhält dafür zusammen 5590 fs 27 cs. Wie teuer ist 1 kg der 2. Sorte berechnet?
- 585) Zu einer Zahlung braucht man 245 Imp à 16 M 65 S und überdies 11 M 15 S. W. v. £ à 20 M 35 S wären hiezu nötig?
- 586) A verkauft 2 Stck Tuch, und zwar 1 m des 1^{ten} Stücks um 13 M 80 S, 1 m des 2^{ten} um 11. 40. Hätte er 1 m des 1^{ten} Stücks zu 14. 70., 1 m des 2^{ten} um 10. 35. verkauft, so ergäbe sich am 1^{ten} Stck ein Gewinn von 18. 60., am 2^{ten} ein Verlust von 68 M 25 S. Wie viel m hält jedes Stück?
- 587) A kaufte 175 Stck à 16 M 50 S. Hätte er beim Verkaufe derselben das doppelte seines wirklichen Gewinns profitieren wollen, so müßte er im ganzen 3631 M 25 S dafür einnehmen. Wie verkaufte er ein Stück? Wie viel gewann er?
- 588) 12 Arbeiter der 1^{ten}, 10 Arb. der 2^{ten} und 25 Arb. der 3^{ten} Klasse arbeiteten eine Zeit lang für 3926 M. Der Waglohn eines Arb. der 1^{ten} Kl. ist 3 M 20 S, der 2^{ten} 2 M 33 S und der 3^{ten} Klasse 1 M 80 S. Wie viel Tg. haben sie gearbeitet?
- 589) Eine Ladung von 145 Ztr soll für 1044 M 36 Meilen weit gefahren werden. Nachdem sie bereits 8 Ml weit gefahren, werden 45 Ztr abgeladen und der Rest an den anfänglich bestimmten Ort gebracht. Was beträgt die Fracht?
- 590) 76 Ztr sollen 45 Meilen für 570 M gefahren werden. Nach 12 Ml kommen 16 Ztr hinzu und wieder nach 15 Ml 20 Ztr hinweg. Wenn nun der Rest an den anfänglich bestimmten Ort gebracht wird, was beträgt die Fracht?
- 591) Es sind in 3 Zimmern die Fußböden mit Föhrenholz zu belegen. Der Boden des 1^{ten} Zimmers hat 439 q' 50 q'', der

- des 2^{ten} 518 q' 42 q'' und der des 3^{ten} 467 q' 8 q'' dc. Wie viel Tafeln à 6 q' sind nötig und was kostet es à 30 $\mathscr{L}$ pr. q'?
- 592) Zum Betriebe eines Fabrikgeschäftes sind 238764 fs erforderlich. Wenn nun zur Deckung dieser Summe 94426 $\mathcal{M}$, 15496 fl 20 kr und die Hälfte des Restes in Dollar à 5 frs 30 cs aufgebracht werden; wie viele \$ beträgt der betreffende Teil? (1 $\mathcal{M}$ = 1 fr 25 cs, 1 österr. fl = 2 fs 50 cs.)
- 593) A verdient an jedem Arbeitstag 5 $\mathcal{M}$ 80 $\mathscr{L}$ und braucht wöchentlich 13. 50. im Durchschnitt; was erspart er nach 26 Wch, wenn er 52. 25. als besondere Einnahme und 27 $\mathcal{M}$ 20 $\mathscr{L}$ als besondere Ausgabe für diese Zeit zu verrechnen hat?
- 594) A kauft das $\mathbb{H}$ einer Ware um 48 $\mathscr{L}$ und ein andermal 50 kg um 96 $\mathcal{M}$ 45 $\mathscr{L}$; wie groß ist der Preisunterschied pr. $\mathbb{H}$?
- 595) Die Kaufsumme für 3 Sorten Wein beträgt 2786 $\mathcal{M}$ 78 $\mathscr{L}$, und zwar pr. hl der 1. Sorte 72 $\mathcal{M}$ 86 $\mathscr{L}$ und der 2. Sorte 54. 63., von der 3. waren es 850 Liter; was kostet 1 hl der 3. Sorte und wie viel hl der beiden andern Sorten waren es bei gleicher Kaufsumme für die 3 Sorten?
- 596) Nach Beendigung eines Krieges werden in einem Staate 372586 Mann Soldaten entlassen, während noch 243974 Mann unter den Waffen bleiben. Wenn nun hiedurch am jährlichen Budget 251495550 $\mathcal{M}$ erspart werden, was betrug vor Beginn des Krieges der jährliche Bedarf?
- 597) A kauft 33 hl Wein à 59 $\mathcal{M}$ 20 $\mathscr{L}$ und zahlt für Fracht 24 $\mathcal{M}$ 80 $\mathscr{L}$. Wenn nun beim Transport 5 hl verloren gingen, und man trotzdem beim Verkauf 81 $\mathcal{M}$ 80 $\mathscr{L}$ gewinnen will; wie teuer ist 1 hl zu verkaufen?
- 598) A verkauft mehrere Stck einer Ware à 54 $\mathring{R}^0$ 50 Kop. Hätte man 1 Stck zu 66 $\mathring{R}^0$ verkauft, so würde man 276 $\mathring{R}^0$ mehr als das 1^{te} mal erhalten haben; wie viel Stücke waren es?
- 599) Von 53 Ztr 60 $\mathbb{H}$ erhielt A den 8^{ten} Teil, von dem Reste B den 5^{ten} Teil, vom letzten Reste C den 4^{ten} Teil und vom gebliebenen Reste D die Hälfte. Wie viel erhielt jeder?
- 600) Jemand kauft an Ware 98 Ztr à 130 $\mathcal{M}$ 95 $\mathscr{L}$ und verkauft davon 37 Ztr à 143 $\mathcal{M}$ 40 $\mathscr{L}$. Wenn er nun im ganzen 820 $\mathcal{M}$ 60 $\mathscr{L}$ gewinnt; wie teuer gab er den Ztr des Restes?
- 601) A kauft 85 hl Wein incl. Fracht von 2 fs 75 cs pr. hl um 5831 $\mathcal{M}$; wie hoch kommt 1 hl ohne Fracht? (5 fs = 4 $\mathcal{M}$.)
- 602) Ein Meister, der mit 9 Gehilfen und 2 Lehrlingen arbeitete, berechnet 1359 $\mathcal{M}$ 20 $\mathscr{L}$ Arbeitslohn. Wenn nun der Taglohn für 1 Gehilfen 2 $\mathcal{M}$ 47 $\mathscr{L}$, für 1 Lehrling 63 $\mathscr{L}$ beträgt

und der Meister für sich im ganzen 232 M 80 S beansprucht; wie viel Tag wurde gearbeitet und wie groß ist der tägliche Arbeitslohn des Meisters?

- 603) Wenn 1 kg Soda 628 g 5 mg Wasser enthält; wie viel wasserfreie Soda ist in 59 H 125 g käuflicher Soda enthalten?
- 604) Bremen bezieht an Waren: 72 Ztr à 24 M 75 S , 60 Ztr à 21. 50. und 65 Ztr à 18. 36. und zahlt 3152 M 66 S . Den Rest deckt es durch Zigarren und berechnet sie zu 54 M 28 S pro mille; wie viele Zigarren liefert Bremen?
- 605) Eine Gemeinde kauft 150 hl Getreide à 11 M 80 S und gibt dasselbe teils zu 9. 40., teils umsonst ab. Wenn nun der Gemeinde hiedurch ein Verlust von 877 M erwächst; wie viel hl wurden bezahlt und wie viele unentgeltlich verteilt?

IV. Teilbarkeit der Zahlen.

§ 41. Man sagt, eine ganze Zahl sei durch eine andere teilbar, wenn diese in jener ohne Rest enthalten ist. Die kleinere der beiden Zahlen nennt man Teiler der grösseren, diese ein Vielfaches der kleineren. Ist eine Zahl bloß durch 1 und sich selbst teilbar, so heißt sie eine einfache oder Primzahl; z. B. 7, 19, 31, 89 etc. Alle übrigen ganzen Zahlen lassen sich in Faktoren zerlegen, welche größer als 1 und kleiner als die betreffende Zahl sind. Sie heißen deshalb zusammengesetzte Zahlen. So ist z. B. $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 6 \cdot 7$ oder $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5$.

1. Allgemeine Regeln.

1. Sind zwei Zahlen durch eine und dieselbe Zahl teilbar, so gilt dies auch von ihrer Summe und ihrer Differenz.

2. Das Produkt mehrerer Zahlen ist durch jede Zahl teilbar, durch welche auch nur einer der Faktoren teilbar ist.

3. Alle Faktoren des Teilers sind in dem Vielfachen desselben ohne Rest enthalten.

4. Ist durch eine Primzahl keine von mehreren Zahlen teilbar, so ist das Produkt derselben durch jene nicht teilbar.

5. Das Produkt mehrerer Primzahlen ist durch eine von ihnen verschiedene Primzahl nicht teilbar.

6. Das Produkt mehrerer Primzahlen ist durch ein anderes solches Produkt nur dann teilbar, wenn im ersteren alle Faktoren des letzteren in gleicher oder größerer Anzahl vorkommen.

7. Ist eine Zahl durch mehrere verschiedene Primzahlen teilbar, so gilt dies auch vom Produkte dieser Primzahlen.

8. Sind Dividend u. Divisor oder Dividend u. Quotient durch dieselbe Zahl teilbar, so ist der Rest ein Vielfaches dieser Zahl.

9. Sind Divisor und Rest oder Quotient und Rest durch dieselbe Zahl teilbar, so gilt dasselbe vom Dividenden.

10. Sind Dividend und Rest durch eine Primzahl teilbar, so gilt dies entweder vom Divisor oder vom Quotienten.

2. Besondere Regeln.

a. Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen.

§ 42. Jede durch 2 teilbare Zahl heißt gerade oder paar; alle übrigen Zahlen nennt man ungerade oder unpaar. Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ihre Einerstelle eine gerade Ziffer (2, 4, 6, 8) oder die Null ausfüllt. Denn 10 und jedes Vielfache von 10 ist durch 2 teilbar. Z. B. $3958 = 395 \cdot 10 + 8$ ist durch 2 teilbar; nicht aber 3957 oder 3959.

1. Gerade Zahlen addiert oder subtrahiert geben gerade Zahlen. Es ist z. B. $148 + 62 = 2 \cdot 74 + 2 \cdot 31 = 2 \cdot (74 + 31)$.

2. Ungerade Zahlen addiert oder subtrahiert geben gerade Zahlen. Z. B. $87 + 25 = 86 + 1 + (24 + 1) = 2 \cdot (43 + 12 + 1)$, od. $2 \cdot (43 - 12)$.

3. Gerade und ungerade Zahlen addiert oder subtrahiert geben ungerade Zahlen; z. B. $98 + 51 = 98 + (50 + 1) = 2 \cdot (49 + 25) + 1$.

4. Gerade und ungerade Zahlen, mit geraden multipliziert, geben gerade Produkte, da ein Faktor diese Eigenschaft hat.

5. Ungerade Zahlen; mit ungeraden multipliziert, geben ungerade Produkte, da 2 in keinem Faktor enthalten ist.

6. Gerade Zahlen, durch gerade dividiert, können gerade oder ungerade Quotienten geben, da der gerade Divisor, mit dem Quotienten multipliziert, den geraden Dividenden gibt.

7. Gerade Zahlen, durch ungerade dividiert, können nur gerade Quotienten geben, z. B. $666 : 37 = 18$. Vgl. Satz 4.

8. Ungerade Zahlen sind durch gerade Zahlen nie teilbar, da jene den Faktor 2 nicht enthalten.

9. Ungerade Zahlen, durch ungerade dividiert, können bloß ungerade Quotienten geben; z. B. $437 : 19 = 23$.

Anm. Bei Satz 6, 7 und 9 ist angenommen, der Divisor sei im Dividenden ohne Rest enthalten.

b. Kennzeichen der Teilbarkeit.

§ 43. Eine Zahl ist durch 4, 8, 16, 32 etc. teilbar, wenn ihre 2, 3, 4, 5 etc. letzten Stellen, als Zahlen für sich betrachtet, beziehungsweise Vielfache von 4, 8, 16, 32 u. s. w. sind. Denn 100, 1000, 10000, 100000 etc. und beliebige Vielfache derselben sind bez. teilbar durch 4, 8, 16, 32 etc. Es ist z. B.

$1764 = 1700 + 64$ durch 4 teilbar, da $64 : 4 = 16$.

$3568 = 3000 + 568$ durch 8 und $43760 = 40000 + 3760$ durch 16 teilbar, da $568 : 8 = 71$ und $3760 : 16 = 235$.

2. Eine Zahl ist durch 3 oder 9 teilbar, wenn ihre Ziffernquersumme bez. ein Vielfaches von 3 oder 9 ist. Denn 9, 99, 999 etc. und alle Vielfache derselben sind durch 3 und 9 teilbar.

$285 = 2(99 + 1) + 8(9 + 1) + 5 = 2 \cdot 99 + 8 \cdot 9 + (2 + 8 + 5)$, wegen der Ziffernquersumme 15 nur durch 3 teilbar.

$7425 = 7(999 + 1) + 4(99 + 1) + 2(9 + 1) + 5 = 7 \cdot 999 + 4 \cdot 99 + 2 \cdot 9 + (7 + 4 + 2 + 5)$, wegen 18 durch 9 teilbar.

3. Eine Zahl ist durch 5, 25, 125 etc. teilbar, wenn bez. ihre letzte, 2, 3 etc. letzten Stellen, als Zahlen betrachtet, Vielfache von 5, 25, 125 etc. sind. Denn 10, 100, 1000 etc. und beliebige Vielfache derselben sind bez. durch 5, 25, 125 etc. teilbar.

$135 = 130 + 5$ durch 5, $6275 = 6200 + 75$ durch 25 teilbar.

4. Eine Zahl ist durch 10, 100, 1000 etc. teilbar, wenn sie rechts bez. eine Null, 2, 3 etc. Nullen hat. Z. B.

$370 = 37 \cdot 10$ ist durch 10, $13000 = 13 \cdot 1000$ durch 1000 teilbar.

5. Eine Zahl ist durch 11 theilbar, wenn ihre einzifferige Klassendifferenz entweder 0 oder ein Vielfaches von 11 ist. Denn die Zahlen 10, 1000, 100000 etc. geben, um 1 vergrößert; dagegen 100, 10000, 1000000 etc., um 1 verkleinert, Vielfache von 11.

Z. B. 92543 durch 11 teilbar, weil $(9 + 5 + 3) - (2 + 4) = 11$.

6. Eine Zahl ist durch 7 oder 13 teilbar, wenn ihre dreizifferige Klassendifferenz bez. ein Vielfaches von 7 oder 13 ist. Denn die Zahlen 1000, 1000 Mill etc. und 1 Mill., 1 Bill. etc. geben Vielfache von 7 und 13, wenn man die 2 ersten um 1 vergrößert, die 2 letzten dagegen um 1 verkleinert.

Z. B. 2856735 durch 7 teilbar, da $856 - (735 + 2) = 7 \cdot 17$ und 548314 durch 13 teilbar, da $548 - 314 = 234 = 13 \cdot 18$.

7. Zusammengesetzte Zahlen ohne einen gemeinschaftlichen Teiler nennt man Primzahlen unter sich oder relative Primzahlen zum Unterschiede von den Primzahlen an und für sich (absoluten Primzahlen). Z. B. 16, 25, 63. Ist eine Zahl durch relative Primzahlen teilbar, so ist sie ein Vielfaches vom Produkte derselben. Eine Zahl ist durch 6, 12, 15 u. s. w. teilbar, wenn sie bez. ein Vielfaches von 2 und 3, von 3 und 4, von 3 und 5 etc. ist. — Sollen endlich z. B. zwischen 2185 und 3000 alle durch 97 teilbaren Zahlen gefunden werden, so wird, weil

$2185 : 97$ den Quotienten 22 und den Rest 51; dagegen

$3000 : 97$ „ „ 30 „ „ 90 gibt,

$23 \cdot 97 = 2231$ die kleinste und $30 \cdot 97 = 2910$ die größte der gesuchten zwischenliegenden Vielfachen von 97 sein.

§ 44.

Aufgaben.

1. Welche Zahlen sind teilbar zwischen

- 606) 300 und 400 durch 19? 607) 525 und 650 durch 23?
 608) 806 „ 974 „ 31? 609) 1037 „ 1269 „ 53?
 610) 1485 „ 1790 „ 89? 611) 2341 „ 3005 „ 112?
 612) 1624 „ 2003 „ 131? 613) 2768 „ 4135 „ 157?
 614) 3147 „ 5281 „ 349? 615) 3915 „ 6842 „ 491?

2. Welche von den Zahlen 2, 3, 4 u. s. w. bis 12 sind Teiler von

a. 6030? 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11.

b. 3600? 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 und 12.

- 616) 1980 617) 3528? 618) 8800? 619) 9009?
 620) 19008 621) 27720? 622) 20625? 623) 14400?
 624) 14553? 625) 15680? 626) 148225? 627) 691200?

3. Welche von den Zahlen 2, 3, 4 etc. bis 16 sind Teiler von

- 628) 5544? 629) 9126? 630) 15015? 631) 23760?
 632) 21626? 633) 67002? 634) 32080? 635) 74640?
 636) 78624? 637) 117600? 638) 160083? 639) 798525?

3. Zerlegung in Primfaktoren.

§ 45. Sind die Faktoren einer zusammengesetzten Zahl Primzahlen, so heißen sie Primfaktoren. Hat man eine Zahl in ihre Primfaktoren zu zerlegen, so dividiere man zunächst mit der kleinsten Primzahl, die zugleich Teiler ist, in die gegebene Zahl; den so gefundenen Quotienten dividiert man abermals durch seinen kleinsten Primteiler und fährt so fort, bis sich der letzte Quotient als eine Primzahl ergibt. Die so gefundenen Primteiler sind die Primfaktoren der gegebenen zusammengesetzten Zahl. So ist z. B.

$$2310 = 10 \cdot 11 \cdot 21 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11.$$

In Bezug auf Faktorenzerfällung lassen sich die zusammengesetzten Zahlen in folgende drei Klassen bringen:

1. Viele Zahlen geben bei ihrer Zerlegung nur gleiche Primfaktoren; z. B. $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $343 = 7 \cdot 7 \cdot 7$. Solche aus gleichen Faktoren bestehende Produkte nennt man Potenzen, der gleiche Faktor heißt Grundzahl (Dignand) und die Anzahl der gleichen Faktoren: Exponent. Der Kürze wegen schreibt man $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$ (d. i. 2 hoch 5 oder die 5^{te} Potenz von 2).

In der Potenz 2^5 ist 2 die Grundzahl, 5 der Exponent.

2. Noch mehr zusammengesetzte Zahlen geben bei ihrer Zerlegung nur ungleiche Primfaktoren, z. B. $4199 = 13 \cdot 17 \cdot 19$.

3. Die meisten Zahlen endlich lassen sich in gleiche und ungleiche Primfaktoren zerlegen, d. h. es kommt bei ihrer Zerlegung der eine oder der andere Primfaktor mehrmals vor; z. B.

$$1425 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11 = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 11.$$

Soll z. B. die Zahl 264600 in ihre Primfaktoren zerlegt werden, so erkennt man zunächst, daß sie den Primfaktor 2 dreimal und 3 zweimal enthält oder durch $2^3=8$ und durch $3^2=9$ teilbar ist; also $264600 : 8 = 33075$ und $33075 : 9 = 3675$. Der gefundene Quotient ist noch einmal durch 3 teilbar, folglich $3675 : 3 = 1225$; die hierdurch erhaltene Zahl 1225 durch 25, mithin $1225 : 25 = 49 = 7 \cdot 7 = 7^2$; demnach $264600 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ oder auch $264600 = 2646 \cdot 100 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^2$.

Gute Dienste wird die nachstehende Tafel der zwischen 1 und 1000 befindlichen Primzahlen leisten.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43,
 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107,
 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 164, 167, 173, 179, 181,
 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263,
 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349,
 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433,
 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 511,
 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601, 607,
 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691,
 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797,
 809, 811, 821, 823, 827, 839, 853, 857, 859, 877, 877, 881, 883, 887,
 907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997.

Läßt sich an der zu untersuchenden Zahl keines der in § 43 angegebenen Kennzeichen der Teilbarkeit wahrnehmen, so hält man sich genau an die Reihenfolge der verzeichneten Primzahlen, indem man von diesen eine nach der andern als Divisor benützt. Bleibt stets ein Rest, so setzt man die Division so lange fort, bis sich ein Quotient ergibt, der höchstens gleich der auf den zuletzt benützten Divisor folgenden Primzahl ist. In diesem Falle ist die vorliegende Zahl eine Primzahl. Denn keine der größeren, noch nicht benützten Primzahlen kann ein Teiler der zu untersuchenden Zahl sein, da sich sonst ein Quotient ergäbe, der entweder einem der kleineren Primzahlen selbst oder dem Produkte einiger derselben gleich wäre. Es müßte sich demnach schon früher dieser Quotient oder ein Faktor desselben als Teiler der gegebenen Zahl gefunden haben. Soll z. B. die Zahl 3181 in Bezug auf ihre Teilbarkeit untersucht werden, so erkennt man zunächst, daß keine der Primzahlen von 2 bis 13 Teiler der gegebenen Zahl ist; man dividiert daher zuerst durch 17, dann durch 19 etc. Da bei dieser so fortgesetzten und nicht aufgehenden Division der letzte Quotient 53 kleiner ist als die auf den zugehörigen Divisor 59 folgende Primzahl 61, so ist 3181 eine Primzahl.

§ 46. Beispiele und Aufgaben.

Zwischen 1 und 100 die zusammengesetzten Zahlen zu finden, die zu den folgenden relative Primzahlen sind.

a. Zu $72 = 2^3 \cdot 3^2$. Die gesuchten Zahlen können nur die Primfaktoren: 5, 7, 11, 13, 17 und 19 enthalten und sind, nach ihrer Größe geordnet, folgende: 25, 35, 49, 55, 65, 77, 85, 91 u. 95.

b. Zu $45 = 3^2 \cdot 5$. Die gesuchten Zahlen enthalten die Primfaktoren: 2, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 und 47 und sind folgende: 4, 8, 14, 16, 22, 26, 28, 32, 34, 38, 44, 46, 52, 56, 58, 62, 64, 68, 74, 76, 82, 86, 88, 92, 94, 98.

2. Durch welche Zahlen ist teilbar: a. 144? b. 560?

a. $144 = 2^4 \cdot 3^2$ durch: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 36, 48
 $12 \cdot 12 = 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ und 72.

b. $560 = 2^4 \cdot 5 \cdot 7$ durch: 2, 4, 8, 10, 14, 16, 20, 28, 35, 40, 56,
 $16 \cdot 5 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ 70, 80, 112, 148 und 280.

3. Zerlege folgende Zahlen in ihre Primfaktoren:

640) 456	641) 468	642) 7650	643) 819	644) 1430
645) 18360	646) 2622	647) 5049	648) 9295	649) 98600
650) 13284	651) 26741	652) 20677	653) 36740	654) 105040
655) 223545	656) 756000	657) 134145	658) 72930	659) 254016
660) 983630	661) 962500	662) 217529	663) 148051	664) 762700
665) 258720	666) 680295	667) 443278000	668) 7491884400.	

4. Welche zusammengesetzte Zahlen zwischen 1 und 100 sind relative Primzahlen zu

669) a. 20	b. 32	c. 48?	670) a. 60	b. 84	c. 75?
671) 144	175	198?	672) 250	51	315?
673) 95	143	247?	674) 468	720	1547?

5. Durch welche Zahlen ist teilbar

675) a. 30	b. 54	c. 75?	676) a. 144	b. 168	c. 297?
677) 360	480	585?	678) 640	756	864?
679) 936	1125	1300?	680) 1728	2350	3696?

6. Sind folgende Zahlen Primzahlen

681) a. 1049	b. 1173	c. 1189?	682) a. 1367	b. 1517	c. 1873?
683) 2021	2479	2537?	684) 2203	2693	2867?
685) 3001	3233	3551?	686) 2129	3719	4123?

4. Vom größten gemeinschaftlichen Teiler.

§ 47. Unter dem größten gemeinschaftlichen Teiler versteht man die größte Zahl, welche in mehreren gegebenen Zahlen ohne Rest enthalten ist. Dieser Teiler kann 1. durch Zerfällung in Primfaktoren, 2. durch Division und 3. durch eine Vereinigung beider Verfahrensweisen gefunden werden.

1. Zerlegt man mehrere Zahlen in Primfaktoren, so findet man ihren gr. gem. Teiler als Produkt der niedrigsten Potenzen der Primfaktoren, die in jeder der gegebenen Zahlen vorkommen.

Anm. Da man sich jede Zahl als eine Potenz mit dem Exponenten 1 denken kann, so hat man den nur einmal vorkommenden gemeinschaftlichen Primfaktor als seine erste Potenz zu betrachten.

Z. B. $1260 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$; $5544 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11$; $9828 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 \cdot 13$,
also g. g. T. $= 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$.

2. Um durch Division den gr. gem. T. 2^{er} Zahlen zu finden, dividiert man mit der kleineren Zahl in die grössere, bis der Rest kleiner wird als der Divisor. Mit diesem Reste dividiert man hierauf in derselben Weise in den vorigen Divisor und so stets mit dem zuletzt erhaltenen Rest in den unmittelbar vorher benützten Divisor, bis der Rest Null wird. Der zuletzt sich ergebende Divisor ist der gesuchte gr. gem. T. So sind z. B. bei 4576 und 3136

1, 2, 5, 1, 1, 1, 2.

4576 | 3136

1440 | 256 die Reste: 1440, 256, 160, 96, 64, 32, 0,

160 | 96 die Quotienten: 1, 2, 5, 1, 1, 1, 2, also

54 | 32

der g. g. T. $= 32$.

Denn 32 ist in 32 und in 64, also in $32 + 64 = 96$ enthalten, ebenso in $96 + 64 = 160$, ferner in $160 + 96 = 256$, in $5 \cdot 256 + 160 = 1440$, in $2 \cdot 1440 + 256 = 3136$ und in $3136 + 1440 = 4576$. Aehnlich ist zu erweisen, dass 32 der g. g. T. von 3136 u. 4576 ist.

Ist zu mehr als zwei Zahlen der g. g. Teiler anzugeben, so sucht man denselben zunächst von irgend zweien der gegebenen Zahlen, hierauf von dem eben gefundenen Resultate und einer dritten Zahl, bis man so fortschreitend bei der letzten der gegebenen Zahlen angelangt ist. Deshalb dürfen auch von den vorliegenden Zahlen alle diejenigen unberücksichtigt bleiben, welche Vielfache einer oder mehrerer der andern vorliegenden Zahlen sind.

Ist z. B. von den Zahlen 1392, 2088, 5742 und 10440 der g. g. T. zu suchen, so darf 10440 als das 5fache von 2088 aufser Acht bleiben, da 2088 der g. g. T. von 2088 und 10440 ist. Im übrigen verfährt man, wie folgt:

1, 2. 8, 4.
1392 | 2088 696 | 5742 Von 1392 und 2088 ist 696 der g. g. T.
0 | 696 0 | 174 „ 696 „ 5742 „ 174 „ „ „ „

Denn hätten diese 4 Zahlen einen grösseren gem. Teiler, so wäre dieser in $2088 - 1392$, d. i. in 696 und in $5742 - 8 \cdot 696$, nämlich in 174 ohne Rest enthalten, was unmöglich ist.

Anm. Die Divisionsmethode ist dann mit Vorteil anzuwenden, wenn sich die Primfaktoren der gegebenen Zahlen nicht sogleich erkennen lassen.

3. Lassen sich bei kleineren Zahlen die gemeinschaftlichen Faktoren sogleich erkennen, so scheidet man diese aus und dividiert durch sie die vorliegenden Zahlen. Sind sämtliche Quotienten relative Primzahlen, so ist das Produkt der ausgeschiedenen Faktoren der gesuchte größte gemeinschaftliche Teiler. Z. B.

3	105	168	189	252	399	
7	35	56	63	84	133	g. g. T. = 3 · 7 = 21.
	5	8	9	12	19	

§ 48.

Aufgaben.

Suche den größten gemeinschaftl. Teiler folgender Zahlen:

- | | | |
|---|----------------------------------|-------------------|
| 687) 624, 1224 | 688) 527, 744 | 689) 736, 864 |
| 690) 1365, 1995 | 691) 2970, 3960 | 692) 2400, 3936 |
| 693) 1728, 3528 | 694) 10292, 11284 | 695) 12024, 17201 |
| 696) 31740, 87230 | 697) 21593, 36542 | 698) 49335, 59202 |
| 699) 84132, 102600 | 700) 161073, 219645 | |
| 701) 404415, 547998 | 702) 601520, 1128880 | |
| 703) 5054400, 7207200 | 704) 2993000, 6497000 | |
| 705) 754, 1218, 1740 | 706) 1107, 1558, 2009 | |
| 707) 576, 1600, 3136 | 708) 21600, 28000, 41600 | |
| 709) 2847, 5548, 5913 | 710) 11782, 12741, 14385 | |
| 711) 13968, 16128, 20736 | 712) 51490, 67750, 132790 | |
| 713) 7770, 13440, 10500 | 714) 145456, 227275, 445459 | |
| 715) 432, 512, 784, 848 | 716) 968, 1573, 2057, 2420 | |
| 717) 486, 594, 675, 810 | 718) 1040, 1200, 1560, 1960 | |
| 719) 1876, 2211, 3283, 3484 | 720) 5754, 6850, 8768, 10001 | |
| 721) 7056, 8208, 10224, 13968 | 722) 1127, 1568, 2499, 3332 | |
| 723) 3523, 5149, 10569, 11382 | 724) 925, 1050, 1275, 1600, 1975 | |
| 725) 8526, 9261, 10584, 12936, 18081 und 18375 | | |
| 726) 36500, 100156, 201480, 236520 und 283240 | | |
| 727) 4462, 6208, 10670, 12222, 13386 und 15714 | | |
| 728) 59200, 110400, 118400, 169600 und 592000 | | |
| 729) 4620, 5460, 7980, 8820, 10080, 10500 und 15120 | | |
| 730) 4056, 5915, 8281, 11830, 14196, 15717 und 169001 | | |

5. Vom kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen.

§ 49. Unter dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen versteht man die kleinste Zahl, in welcher mehrere gegebene Zahlen ohne Rest enthalten sind. So ist z. B.

144 das kleinste gemeinsch. Vielfache von 16, 24, 36, 48 u. 72.

1. Durch Zerfällung in Primfaktoren erhält man zu beliebig vielen Zahlen das kleinste gemeinschaftliche Vielfache, wenn man

die höchsten Potenzen der in den gegebenen Zahlen vorkommenden Primfaktoren mit einander multipliziert. Es ist z. B.

$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5, \quad 288 = 2^5 \cdot 3^2 \quad \text{und} \quad 336 = 2^4 \cdot 3 \cdot 7, \quad \text{also} \\ \text{k. g. V.} = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 = 288 \cdot 35 = 10080.$$

2. Dividiert man mit dem gr. gem. Teiler zweier Zahlen in eine dieser beiden (am besten in die kleinere) und multipliziert den erhaltenen Quotienten mit der anderen (also größeren) Zahl, so erhält man deren kl. gem. Vielfaches. Denn dividiert man zwei Zahlen durch ihren größten gemeinschaftlichen Teiler, so werden die Quotienten relative Primzahlen, welche mit jenem multipliziert, das kl. gem. Vielfache geben. Ist zu mehr als zwei Zahlen das kl. gem. Vielfache anzugeben, so sucht man dieses zunächst von zwei beliebigen der gegebenen Zahlen, hierauf von dem eben gefundenen kl. gem. Vielfachen und einer beliebigen dritten Zahl und so fort, bis man zur letzten der vorliegenden Zahlen gelangt. Von diesen läßt man alle diejenigen unberücksichtigt, welche Teiler einer oder mehrerer der gegebenen Zahlen sind. Ist z. B. von den schon unter § 47 betrachteten 4 Zahlen 1392, 2088, 5742 und 10440 das kl. gem. Vielfache zu finden, so sind, da $10440 = 2088 \cdot 5$, nur 1392, 5742 und 10440 zu berücksichtigen.

$$\begin{array}{r|l} 4, 8 & \\ 1392 & 5742 \\ 0 & 174 \end{array} \quad \text{K. g. V.} = \frac{1392}{174} \cdot 5742 = 45936.$$

Nun ist das kl. gem. Vielfache von 45936 und 10440 zu suchen, wozu vorerst deren gr. gem. Teiler ermittelt werden muß.

$$\begin{array}{r|l} 4, 2, 2 & \\ 45936 & 10440 \\ 4176 & 2088 \end{array} \quad \text{K. g. V.} = \frac{10440}{2088} \cdot 45936 = 229680.$$

Demnach ist 229680 das gesuchte kl. gem. Vielfache.

3. Man kann auch bei nicht großen Zahlen zuerst alle die Primfaktoren ausscheiden, welche in wenigstens zwei der gegebenen Zahlen enthalten sind, mit jenen in diese dividieren und neben die sich ergebenden Quotienten alle nicht teilbaren Zahlen unverändert anschreiben. Die zuletzt erhaltenen relativen Primzahlen geben, mit den ausgeschiedenen Faktoren multipliziert, das gesuchte kl. gem. Vlf. der gegebenen Zahlen. Handelt es sich z. B. um das kl. gem. Vielfache von 42, 54, 75, 84 und 90, so hat man

2		54	75	84	90
3		27	75	42	45
3		9	25	14	15
5		3	25	14	5
		3	5	14	1

Kleinstes gemeinsch. Vielfaches:
 $2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 18900.$

§ 50.

Aufgaben.

Suche das kleinste gem. Vielfache folgender Zahlen:

- | | | |
|--|--|---|
| 731) 273, 429 | 732) 876, 1825 | 733) 1664, 1920 |
| 734) 3087, 5488 | 735) 11784, 13257 | 736) 112030, 138390 |
| 737) 127, 349 | 738) 296, 259, 185 | 739) 360, 450, 300 |
| 740) 184, 299 | 741) 6230, 21360 | 742) 2936, 55784 |
| 743) 36, 54, 63 | 744) 24, 32, 40 | 745) 52, 78, 91, 28 |
| 746) 9, 16, 25, 60 | 747) 49, 90, 105 | 748) 19, 58, 36, 57 |
| 749) 48, 72, 120 | 750) 15, 24, 42 | 751) 12, 19, 21, 28 |
| 752) 25, 40, 88 | 753) 96, 120, 168 | 754) 128, 352, 608 |
| 755) 2000, 3000,
3375, 4500 | 756) 6200, 6600,
8184, 13640 | 757) 8808, 13212
14680, 22020 |
| 758) 16, 24, 30, 42 | 759) 14, 18, 27, 35 | 760) 32, 45, 72, 96 |
| 761) 20, 16, 45, 54 | 762) 27, 35, 49, 65 | 763) 84, 128, 147, 162 |
| 764) 130, 150, 210,
400 und 910 | 765) 48, 80, 112, 208,
455 und 520 | 766) 92, 161, 276,
322 und 483 |
| 767) 468, 702, 1053,
1170 und 780 | 768) 1296, 1728,
2160 und 2304 | 769) 1698, 2547,
2830 und 4245 |
| 770) 24, 36, 42, 49,
60, 70 und 105 | 771) 39, 45, 64, 78
91, 117 und 288 | 772) 48, 70, 72, 84,
96, 168 und 315 |
| 773) 46, 58, 87, 115,
138 und 667 | 774) 124, 172, 210,
301 und 279 | 775) 267, 445, 623,
801 und 979 |
| 776) 18, 32, 40, 45,
60, 75 und 100 | 777) 13, 21, 25, 16,
49, 60 und 140 | 778) 12, 18, 25, 30,
42, 48 und 126 |
| 779) 24, 32, 39, 50, 65, 75 | 780) 36, 45, 64, 96, 100, 192, 150 ! | |

§ 51.

Beispiele und Aufgaben.

Es sei durch Zerfällung in Primfaktoren und durch Division von 12000, 16800, 21600, 28800 und 38400 der gr. gem. T. und das kl. gem. Vielfache zu finden. Da sämtliche Zahlen durch 100 teilbar sind, so betrachtet man zunächst bloß 120, 168, 216, 288 und 384 und hängt zuletzt den Resultaten 2 Nullen an.

$$1. \quad 120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \quad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \quad 216 = 2^3 \cdot 3^3 \quad 288 = 2^5 \cdot 3^2$$

$$384 = 2^7 \cdot 3 \quad \text{g. g. T.} = 2^3 \cdot 3 = 24.$$

$$\text{k. g. V.} = 2^7 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7 = 128 \cdot 27 \cdot 35 = 120960.$$

$$2. \quad \begin{array}{r|l} 1, 2, 2 & 9 \\ 120 & 168 \\ 24 & 48 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 9 & 12 \\ 24 & 216 \\ & 0 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 16 \\ 24 & 288 \\ & 48 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 16 & \\ 24 & 384 \\ & 144 \end{array} \quad \text{G. g. T.} = 24.$$

$$\text{K. g. V.} = \frac{120}{24} \cdot 168 = 840 \quad \begin{array}{r|l} 3, 1, 8. & \\ 840 & 216 \\ 192 & 24 \end{array} \quad \text{K. g. V.} = \frac{216}{24} \cdot 840 = 7560.$$

$$\begin{array}{r|l}
 28, 4 & \\
 7560 & 288 \\
 1800 & 0 \\
 72 & \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{K. g. V.} = \frac{288}{72} \cdot 7560 \\
 = 30240.
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|l}
 78, 1, 3 & \\
 20240 & 384 \\
 3360 & 96 \\
 288 & \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{K. g. V.} = \frac{384}{96} \cdot 30240 \\
 = 120960.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 3. & 8 \mid 120 \quad 168 \quad 216 \quad 288 \quad 384 \\
 & 3 \mid 15 \quad 21 \quad 27 \quad 36 \quad 48 \\
 & \mid 5 \quad 7 \quad 9 \quad 12 \quad 16 \\
 & 24 \mid 120 \quad 168 \quad 216 \quad 288 \quad 384 \\
 & 4 \mid 5 \quad 7 \quad 9 \quad 12 \quad 16 \\
 & 3 \mid 5 \quad 7 \quad 9 \quad 3 \quad 4 \\
 & \mid 5 \quad 7 \quad 3 \quad 1 \quad 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{G. g. T.} = 8 \cdot 3 = 24 \\
 \\
 \text{K. g. V.} = 24 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 4 \\
 = 96 \cdot 105 \cdot 12 \\
 = 120960.
 \end{array}$$

Es ist also 2400 der gr. gem. T. und 12096000 das kl. gem. Vielfache von 12000, 16800, 21600, 28800 und 38400.

Suche den gr. gem. T. und das kl. gem. Vielfache durch Zerfällung in Primfaktoren und durch Division von:

781) 581, 1079 782) 2384, 2980 783) 11123, 14301
 784) 9504, 16416 785) 11270, 24990 786) 84370, 92950
 787) 747, 996, 1245 788) 666, 999, 1665 789) 1568, 1792, 2240
 790) 704, 1088, 1344 791) 1575, 2025, 2700 792) 320, 432, 576, 720
 793) 1332, 1665, 1776, 2960 794) 712, 1068, 1335, 1780
 795) 2328, 2619, 3492, 6984 796) 1815, 1089, 1452, 2178, 2420
 797) 144, 192, 240, 256, 320 798) 360, 480, 504, 672, 840
 799) 435, 580, 812, 1015, 1218 800) 2366, 3042, 3549, 4732
 801) 615, 656, 820, 984, 1025 802) 48, 60, 72, 84, 108, 420
 803) 112, 144, 160, 240, 336 804) 840, 1260, 1890, 3150, 3780
 805) 8400, 12600, 18900, 31500, 37800 und 42000!

V. Von den gemeinen Brüchen.

§ 52. Weil beim Dividieren der Dividend geteilt oder gebrochen wird, so hat der Quotient auch den Namen gebrochene Zahl oder Bruch erhalten. Der Dividend heißt dann Zähler, weil er die Teile zählt; der Divisor dagegen Nenner, da von ihm die Teile ihre Benennung erhalten. Statt der Divisionspunkte bedient man sich eines von links nach rechts gerichteten Strichs, über welchen der Zähler und unter den der Nenner gesetzt wird. Jeder Bruch gibt, mit seinem Nenner multipliziert, den Zähler, z. B. $\frac{5}{8} \cdot 8 = 5$. (Statt 5 durch 8 sagt man 5 Achtel.) Denn der achte Teil von 5, achtmal zu sich addiert, gibt 5. Ist der Zähler kleiner als der Nenner, so nennt man den Bruch echt; unecht dagegen nennt man den Bruch, dessen Zähler den Nenner an Grösse übertrifft. Jeder unechte Bruch kann in eine gemischte Zahl,

d. i. in die Summe aus einer ganzen Zahl und einem echten Bruche verwandelt werden. Die genannte ganze Zahl ist der bei der Division gefundene Quotient, der Zähler des echten Bruchs der sich ergebende Rest und der Nenner derselbe wie beim unechten Bruche. Obgleich jene ganze Zahl mit diesem echten Bruche durch das Pluszeichen (+) verbunden werden sollte, so läßt man dasselbe doch gewöhnlich weg; z. B.

$$\frac{35}{8} = 4 + \frac{3}{8} = 4\frac{3}{8}, \quad \frac{1538}{27} = 56\frac{26}{27}.$$

Umgekehrt kann man jede gemischte Zahl in einen unechten Bruch verwandeln, dessen Zähler erhalten wird, wenn man zum Produkte aus der ganzen Zahl und dem Nenner den ursprünglichen Zähler addiert, während der Nenner des unechten Bruchs derselbe bleibt wie bei der gemischten Zahl. Z. B.

$$6\frac{3}{4} = \frac{6 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{27}{4}, \quad 17\frac{5}{12} = \frac{17 \cdot 12 + 5}{12} = \frac{209}{12}.$$

§ 53.

Aufgaben.

1. Verwandle folgende unechte Brüche in gemischte Zahlen:

$$\begin{array}{llllll} 806) \frac{1463}{16} & 807) \frac{3751}{18} & 808) \frac{90563}{24} & 809) \frac{1792}{25} & 810) \frac{81253}{32} & 811) \frac{6379}{40} \\ 812) \frac{25037}{48} & 813) \frac{63947}{51} & 814) \frac{15037}{64} & 815) \frac{49315}{72} & 816) \frac{73182}{85} & \\ 817) \frac{46103}{96} & 818) \frac{18359}{124} & 819) \frac{27359}{144} & 820) \frac{32479}{168} & 821) \frac{240371}{256} & \\ 822) \frac{52739}{360} & 823) \frac{463078}{475} & 824) \frac{36487}{512} & 825) \frac{837065}{648} & 826) \frac{793055}{864} & \\ & 827) \frac{561275}{1392} & 828) \frac{169537}{1728} & 829) \frac{953648}{2371} & 830) \frac{2673851}{3984}! & \end{array}$$

2. Verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche:

$$\begin{array}{llllll} 831) 13\frac{1}{8} & 832) 37\frac{3}{4} & 833) 73\frac{2}{3} & 834) 91\frac{7}{8} & 835) 123\frac{4}{5} & \\ 836) 147\frac{2}{3} & 837) 162\frac{3}{5} & 838) 180\frac{1}{4} & 839) 213\frac{5}{9} & 840) 257\frac{8}{11} & \\ 841) 309\frac{1}{18} & 842) 421\frac{9}{14} & 843) 563\frac{1}{7} & 844) 798\frac{1}{2} & 845) 862\frac{7}{8} & \\ 846) 7084\frac{1}{2} & 847) 3954\frac{2}{3} & 848) 6174\frac{5}{6} & 849) 8263\frac{1}{4} & 850) 1504\frac{7}{10} & \\ 851) 4378\frac{1}{5} & 852) 2596\frac{2}{7} & 853) 673\frac{1}{2} & 854) 95\frac{2}{5} & 855) 365\frac{1}{5}! & \end{array}$$

1. Vereinfachung der Brüche.

§ 54. Jeder echte Bruch ist kleiner und jeder unechte Bruch größer als 1. Die Einheit selbst kann man in einen Bruch verwandeln, dessen Zähler dem Nenner gleich ist. Ebenso läßt sich jede ganze Zahl als Bruch geben, dessen Nenner im Zähler so oft enthalten ist, als jene ganze Zahl Einheiten hat; z. B.

$$1 = \frac{6}{6} = \frac{15}{15} = \frac{32}{32} \text{ u. s. f. } 6 = \frac{18}{3} = \frac{42}{7} = \frac{64}{8} \text{ etc.}$$

Ein Bruch behält seinen Wert, wenn Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert oder dividiert werden. Es ist z. B. $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$. Addiert man $\frac{2}{3}$ achtmal zu sich selbst, so erhält man als das Achtfache von $\frac{2}{3}$ den Bruch $\frac{16}{3}$; der achte Teil von $\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{24}$, also von $\frac{16}{3}$ der Bruch $\frac{16}{24}$. Sobald demnach ein Bruch auf seine einfachste Form zu bringen ist, so dividiert man Zähler und Nenner durch ihren größten gemeinschaftlichen Teiler.

Erkennt man sogleich gemeinschaftliche Teiler des Zählers und Nenners, so kann man durch Division derselben auch allmählich zum Ziele gelangen. Die im Zähler und Nenner rechts vorhandenen Nullen können stets in gleicher Anzahl weggelassen werden.

$$\text{Z. B. } \frac{32}{48} = \frac{2 \cdot 16}{3 \cdot 16} = \frac{2}{3}, \quad \frac{133}{209} = \frac{7 \cdot 19}{11 \cdot 19} = \frac{7}{11}, \quad \frac{2925}{4050} = \frac{9 \cdot 325}{9 \cdot 450} = \frac{325}{450} = \frac{13}{18}.$$

Aufgaben.

Bringe folgende Brüche auf ihre einfachste Form:

- | | | | | |
|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 856) $\frac{133}{171}$ | 857) $\frac{253}{414}$ | 858) $\frac{375}{450}$ | 859) $\frac{343}{539}$ | 860) $\frac{660}{1045}$ |
| 861) $\frac{912}{1536}$ | 862) $\frac{1209}{1488}$ | 863) $\frac{1216}{1536}$ | 864) $\frac{1296}{1800}$ | 865) $\frac{1375}{2250}$ |
| 866) $\frac{1722}{3075}$ | 867) $\frac{1935}{3096}$ | 868) $\frac{2528}{3397}$ | 869) $\frac{5040}{6750}$ | 870) $\frac{105600}{156800}$ |
| 871) $\frac{1287}{1584}$ | 872) $\frac{3561}{9776}$ | 873) $\frac{3496}{4416}$ | 874) $\frac{57600}{6912}$ | 875) $\frac{37411}{11456}$ |
| 875) a. $\frac{103312}{133936}$ | b. $\frac{635190}{802590}$ | c. $\frac{134592}{176448}$ | d. $\frac{184252}{217504}$ | |
| 876) $\frac{36372}{41538}$ | 877) $\frac{353868}{95640}$ | 878) $\frac{78128}{109440}$ | 879) $\frac{449531}{75888}$ | |
| 880) $\frac{2260900}{149500}$ | 881) $\frac{5003610}{5258610}$ | 882) $\frac{16945929}{3567564}$ | 883) $\frac{957600}{1555200}$ | ! |

2. Vergleichung der Brüche.

§ 55. Ein Bruch wird größer durch Vergrößerung seines Zählers oder durch Verkleinerung seines Nenners, und umgekehrt kleiner durch Verkleinerung des Zählers oder durch Vergrößerung des Nenners, weil beziehungsweise im ersten Fall die Anzahl der Teile oder die Teile selbst größer, im zweiten Fall hingegen kleiner werden. Für den Ausdruck „größer als“ hat man das Zeichen $>$, für „kleiner als“ das Zeichen $<$. Von zwei Brüchen mit gleichen Nennern ist derjenige mit dem größeren Zähler der größere, weil die größere Anzahl derselben Teile das größere Resultat gibt. Haben zwei Brüche gleiche Zähler, so ist derjenige mit dem größeren Nenner der kleinere, weil bei einer Zahl die Teile um so kleiner werden, je größer ihre Anzahl wird. Es ist z. B.

$$\frac{14}{15} > \frac{11}{15} > \frac{8}{15} \quad \text{und} \quad \frac{7}{9} > \frac{7}{10} > \frac{7}{12}.$$

Sollen deshalb beliebige Brüche nach ihrer Größe geordnet werden, so verwandelt man dieselben in Brüche mit gleichen Zäh-

lern oder Nennern. Gewöhnlich geschieht das letztere, indem man zu den Nennern der vorliegenden Brüche das kleinste gem. Vielfache sucht. Dies wird dann der gemeinschaftliche oder Haupt- (General-) Nenner sämtlicher Brüche, während die zugehörigen Zähler gefunden werden, wenn man mit den einzelnen Nennern in den Hauptnenner dividiert und die erhaltenen Quotienten mit den entsprechenden Zählern multipliziert. Man sagt in diesem Falle, es werden die Brüche gleichnamig gemacht. Es seien z. B. die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{15}$, und $\frac{11}{18}$ nach ihrer Größe zu ordnen. Kl. gem. Vielf. der Nenner 4, 10, 15 und 18 ist $4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$.

Da nun $\frac{9}{4} = \frac{3 \cdot 45}{4 \cdot 45} = \frac{135}{180}$, $\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 18}{10 \cdot 18} = \frac{126}{180}$, $\frac{13}{15} = \frac{156}{180}$ u. $\frac{11}{18} = \frac{110}{180}$,

so reihen sich die gegebenen Brüche, mit dem größten beginnend, in folgender Weise aneinander:

$$\frac{156}{180}, \frac{135}{180}, \frac{126}{180}, \frac{110}{180} \text{ oder } \frac{13}{15}, \frac{3}{4}, \frac{7}{10}, \frac{11}{18}.$$

Aufgaben.

Es sind folgende Brüche gleichnamig zu machen und nach ihrer Größe zu ordnen:

- 884) $\frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{8}{15}, \frac{9}{16}$ 885) $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{4}{9}$ 886) $\frac{7}{19}, \frac{11}{15}, \frac{13}{18}, \frac{17}{20}$
 887) $\frac{5}{12}, \frac{9}{20}, \frac{7}{16}$ 888) $\frac{13}{24}, \frac{17}{30}, \frac{15}{32}$ 889) $\frac{35}{48}, \frac{41}{54}, \frac{55}{72}$
 890) $\frac{25}{36}, \frac{37}{60}, \frac{28}{45}$ 891) $\frac{19}{64}, \frac{23}{80}, \frac{49}{120}$ 892) $\frac{46}{81}, \frac{65}{108}, \frac{82}{135}$
 893) $\frac{21}{25}, \frac{31}{35}, \frac{37}{40}, \frac{41}{45}$ 894) $\frac{9}{32}, \frac{13}{48}, \frac{23}{80}, \frac{41}{120}$ 895) $\frac{25}{52}, \frac{32}{65}, \frac{37}{78}, \frac{44}{91}$
 896) $\frac{49}{54}, \frac{67}{72}, \frac{83}{90}, \frac{103}{120}$ 897) $\frac{22}{63}, \frac{19}{55}, \frac{31}{88}, \frac{37}{105}$ 898) $\frac{53}{76}, \frac{37}{52}, \frac{20}{39}, \frac{41}{57}$
 899) a. $\frac{9}{14}, \frac{13}{20}, \frac{19}{24}, \frac{23}{28}, \frac{29}{35}$ b. $\frac{23}{27}, \frac{43}{56}, \frac{67}{72}, \frac{61}{63}, \frac{173}{189}, \frac{85}{108}$
 900) $\frac{17}{24}, \frac{32}{45}, \frac{43}{60}, \frac{59}{72}, \frac{61}{80}, \frac{89}{120}, \frac{115}{144}, \frac{259}{360}, \frac{343}{480}$!

3. Addition der Brüche und gemischten Zahlen.

§ 56. Sind Brüche schon an sich gleichnamig oder gleichnamig gemacht, so liegt denselben die nämliche Einheit zu Grunde, weshalb ihre Addition dadurch ausgeführt wird, daß man die Summe der Zähler durch den Generalnenner dividiert. Hat man Brüche mit ungleichen Nennern zu addieren, so macht man sie gleichnamig und verfährt nach obiger Regel. Sind Zähler und Nenner der zu summierenden Brüche größere Zahlen, so kann man dieselben auch untereinander schreiben und die Quotienten besonders angeben, welche man erhält, wenn man mit den einzelnen Nennern, in deren kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches dividiert. Manchmal ist es vorteilhaft, zuerst solche Brüche zu addieren, von denen der größte Nenner entweder Hauptnenner dieser Brüche selbst ist, oder sich von demselben nicht viel unterscheidet. Beim

Addieren gemischter Zahlen zählt man zur Summe der ganzen Zahlen die der echten Brüche. Da das Resultat als gemischte Zahl zu geben ist, so scheidet man aus der letztgenannten Summe die Einer aus und addiert diese zur ersteren Summe. Z. B.

$$+1\frac{5}{24} = 3120\frac{5}{24} - \frac{1}{32} = 3120\frac{17}{96}.$$

Aufgaben.

Es sind folgende Summen zu berechnen.

901) $\frac{13}{16} + \frac{9}{16} + \frac{15}{16} + \frac{7}{16} + \frac{11}{16}$ 902) $\frac{7}{12} + \frac{11}{12} + 8\frac{5}{12} + 6\frac{11}{12} + \frac{5}{12}$
903) $\frac{23}{30} + \frac{17}{30} + \frac{29}{30} + \frac{11}{30} + \frac{19}{30}$ 904) $3\frac{57}{64} + 49\frac{25}{64} + \frac{49}{64} + 8\frac{39}{64} + \frac{27}{64}$
905) $43\frac{27}{50} + 109\frac{41}{50} + 8\frac{29}{50} + 65\frac{13}{50}$ 906) $72\frac{31}{48} + 8\frac{19}{48} + 39\frac{25}{48} + 36\frac{35}{48}$
907) $18\frac{13}{25} + 9\frac{24}{25} + 163\frac{8}{25} + 67\frac{18}{25} + 342\frac{21}{25} + 1092\frac{18}{25} + 5\frac{23}{25}$
908) $23\frac{5}{72} + 9\frac{47}{72} + 1461\frac{25}{72} + 73\frac{65}{72} + 789\frac{23}{72} + 59\frac{53}{72} + 4\frac{37}{72}$
909) $347\frac{81}{100} + 2059\frac{73}{100} + 71\frac{53}{100} + \frac{97}{100} + 845\frac{49}{100} + 3\frac{31}{100} + 8\frac{69}{100}$
910) $\frac{29}{38} + \frac{37}{57} + \frac{63}{95}$ 911) $\frac{25}{84} + \frac{49}{96} + \frac{103}{112}$ 912) $\frac{7}{13} + \frac{9}{26} + \frac{48}{65}$
913) $\frac{5}{21} + \frac{83}{28} + \frac{12}{35}$ 914) $\frac{35}{54} + \frac{22}{81} + \frac{67}{135}$ 915) $\frac{21}{25} + \frac{38}{50} + \frac{59}{75}$
916) $\frac{19}{25} + \frac{27}{40} + \frac{31}{60}$ 917) $\frac{13}{20} + \frac{37}{50} + \frac{81}{100}$ 918) $\frac{31}{36} + \frac{47}{48} + \frac{29}{45} + \frac{5}{9}$
919) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{13}{15} + \frac{11}{12} + \frac{5}{6}$ 920) $\frac{7}{10} + \frac{11}{12} + \frac{8}{15} + \frac{13}{20} + \frac{23}{30}$
921) $\frac{5}{8} + \frac{7}{12} + \frac{13}{16} + \frac{19}{24} + \frac{25}{48}$ 922) $\frac{1}{6} + \frac{4}{9} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12} + \frac{25}{36} + \frac{13}{18}$
923) $\frac{19}{24} + \frac{27}{56} + \frac{49}{60} + \frac{24}{35} + \frac{16}{21}$ 924) $\frac{19}{25} + \frac{27}{40} + \frac{31}{60} + \frac{43}{80} + \frac{89}{100}$
925) $\frac{5}{8} + \frac{11}{12} + \frac{9}{16} + \frac{13}{18} + \frac{17}{24}$ 926) $\frac{35}{32} + \frac{19}{24} + \frac{27}{40} + \frac{35}{48} + \frac{48}{72}$
927) $\frac{22}{25} + \frac{9}{10} + \frac{43}{50} + \frac{87}{100} + \frac{33}{40}$ 928) $\frac{13}{16} + \frac{19}{24} + \frac{27}{32} + \frac{31}{40} + \frac{8}{25}$
929) $27\frac{3}{4} + 9\frac{5}{12} + 168\frac{7}{8} + 31\frac{13}{16}$ 930) $47\frac{5}{6} + 365\frac{8}{15} + 9\frac{7}{10} + 28\frac{11}{12}$
931) $18\frac{5}{12} + 254\frac{11}{18} + 7\frac{13}{16} + \frac{19}{24}$ 932) $9\frac{5}{8} + 476\frac{5}{9} + 38\frac{13}{16} + 512\frac{25}{36}$
933) $8\frac{1}{2} + 53\frac{7}{9} + 906\frac{3}{10} + 27\frac{4}{5}$ 934) $78\frac{1}{12} + \frac{13}{15} + 6\frac{7}{18} + 290\frac{19}{20}$
935) $3\frac{9}{20} + 1852\frac{21}{25} + 937\frac{17}{30}$ 936) $7\frac{1}{6} + \frac{8}{9} + 43\frac{11}{14} + 15\frac{4}{7} + \frac{5}{18}$
937) $51\frac{13}{16} + 7\frac{11}{18} + 369\frac{23}{24} + 4\frac{25}{27}$ 938) $7\frac{1}{2} + 29\frac{5}{8} + \frac{11}{12} + 8\frac{7}{10} + \frac{13}{20}$
939) $7\frac{2}{3} + 24\frac{1}{5} + 131\frac{8}{15} + 8\frac{3}{8} + 23\frac{1}{2} + 159\frac{7}{12} + 1053\frac{5}{24} + 82\frac{9}{10}$

- 940) $641\frac{7}{24} + 8\frac{25}{36} + 73\frac{31}{40} + 5286\frac{49}{72} + 113\frac{11}{18} + 1059\frac{5}{24} + 5\frac{7}{12}$
 941) $7\frac{1}{2} + 243\frac{2}{3} + 1685\frac{3}{4} + 9\frac{4}{5} + 92\frac{5}{6} + 731\frac{1}{8} + 4036\frac{7}{12} + 8\frac{13}{15}$
 942) $691\frac{5}{12} + 8\frac{13}{18} + 47\frac{11}{20} + 2934\frac{7}{24} + 517\frac{33}{40} + 60\frac{19}{32} + 5\frac{25}{36} + \frac{49}{64}$
 943) $6\frac{5}{18} + 127\frac{13}{15} + 38\frac{19}{20} + \frac{17}{24} + 94\frac{20}{27} + 5\frac{26}{45} + 374\frac{35}{54} + 17\frac{49}{72}$
 a. $23\frac{1}{2} + 159\frac{2}{3} + 8\frac{4}{5} + 3741\frac{5}{6} + 94\frac{3}{8} + 836\frac{7}{10} + 4052\frac{11}{12} + 9\frac{3}{4}$
 b. $1307\frac{5}{8} + 8\frac{7}{12} + 619\frac{13}{16} + 74\frac{19}{24} + 5128\frac{23}{32} + 3\frac{1}{4} + 91\frac{37}{48} + 6\frac{1}{2}$
 c. $743\frac{2}{5} + 5124\frac{9}{10} + 38\frac{17}{20} + 9\frac{83}{100} + 651\frac{39}{50} + 2501\frac{18}{25} + 7\frac{3}{4}$

4. Subtraktion der Brüche und gemischten Zahlen.

§ 58. Ist ein Bruch von einem gleichnamigen größeren abzuziehen, so zieht man den Zähler des Subtrahenden von dem des Minuenden ab und gibt der erhaltenen Differenz den gemeinschaftlichen Nenner. Soll ein Bruch von einem beliebigen größeren abgezogen werden, so macht man beide gleichnamig und verfährt nach obiger Regel. Ist eine ganze Zahl von einer gemischten abzuziehen, so subtrahiert man jene von der ganzen Zahl des Minuenden und hängt dessen Bruch der erhaltenen Differenz an. Ist eine gemischte Zahl von einer ganzen wegzunehmen, so zieht man den echten Bruch jener von 1 ab und fügt den erhaltenen Bruch dem Ueberschuß der um 1 verminderten ganzen Zahl über den ersten Summanden der gemischten Zahl bei. Ist endlich eine gemischte Zahl von einer andern zu subtrahieren, so beginnt man mit der Subtraktion der Brüche. Sobald der echte Bruch des Minuenden kleiner als der des Subtrahenden ist, so zieht man am besten diesen von 1 ab, addiert diese Differenz zum echten Bruch des Minuenden und hängt den erhaltenen Bruch dem Ueberschuß des um 1 verminderten ersten Summanden des Minuenden über die ganze Zahl des Subtrahenden an. Z. B.

$$\frac{29}{36} - \frac{13}{36} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}; \quad \frac{19}{24} - \frac{31}{60} = \frac{95-62}{120} = \frac{33}{120} = \frac{11}{40}.$$

$$381\frac{27}{32} - 196 = 185\frac{27}{32}; \quad 1743 - 985\frac{13}{16} = 757\frac{3}{16}.$$

$$2498\frac{53}{60} - 1875\frac{19}{48} = 623\frac{212-95}{240} = 623\frac{117}{240} = 623\frac{39}{80}.$$

$$7124\frac{5}{24} - 3958\frac{27}{32} = 3165\frac{5}{32} + \frac{5}{24} = 3165\frac{15+20}{96} = 3165\frac{35}{96}.$$

Aufgaben.

- 944) $\frac{51}{56} - \frac{23}{56}$ 945) $\frac{99}{124} - \frac{65}{124}$ 946) $\frac{127}{180} - \frac{61}{180}$ 947) $\frac{245}{288} - \frac{157}{288}$
 948) $\frac{13}{18} - \frac{7}{18}$ 949) $\frac{19}{21} - \frac{22}{35}$ 950) $\frac{41}{45} - \frac{32}{63}$ 951) $\frac{82}{99} - \frac{54}{77}$
 952) $\frac{95}{132} - \frac{56}{84}$ 953) $\frac{125}{138} - \frac{112}{207}$ 954) $\frac{121}{175} - \frac{81}{315}$ 955) $\frac{256}{405} - \frac{343}{729}$
 956) $\frac{298}{543} - \frac{415}{1086}$ 957) $\frac{252}{395} - \frac{106}{237}$ 958) $\frac{507}{840} - \frac{451}{1050}$
 959) $\frac{584}{679} - \frac{349}{873}$ 960) $918\frac{1}{24} - 529$ 961) $235\frac{153}{184} - 96\frac{107}{184}$

- 962) $72\frac{1357}{1728} - 54\frac{637}{1728}$ 963) $469 - 375\frac{157}{325}$ 964) $893 - 627\frac{751}{980}$
 965) $627 - 58\frac{179}{864}$ 966) $98\frac{3}{11} - 53\frac{11}{9}$ 967) $684\frac{7}{12} - 283\frac{19}{25}$
 968) $210\frac{17}{18} - 35\frac{12}{3}$ 969) $443\frac{25}{57} - 162\frac{63}{76}$ 970) $74\frac{87}{92} - 45\frac{32}{69}$
 971) $82\frac{77}{120} - 56\frac{143}{150}$ 972) $276\frac{28}{39} - 197\frac{27}{52}$ 973) $93\frac{49}{124} - 85\frac{160}{217}$
 974) $3709\frac{125}{169} - 1425\frac{162}{221}$ 975) $7825\frac{31}{64} - 5249\frac{73}{80}$
 976) $5318\frac{81}{285} - 2149\frac{243}{247}$ 977) $25504\frac{567}{2125} - 19678\frac{1327}{1500}$
 978) Von $47\frac{13}{16}$ ist $19\frac{13}{8}$ der eine Teil; welches ist der andere?
 979) Zu welcher Zahl muß man a. $64\frac{19}{24}$, b. $39\frac{17}{25}$, c. $58\frac{23}{32}$ addieren, um bez. a. $91\frac{21}{36}$, b. $103\frac{49}{60}$, c. $97\frac{25}{48}$ zu erhalten?
 980) Die Differenz zweier Zahlen ist $127\frac{19}{24}$, der Minuend $1003\frac{17}{36}$; wie groß ist der Subtrahend?

a. Die Summe zweier Zahlen ist s, der eine Summand a, welches ist der andere?

1.	2.	3.	4.	5.
$s = 1023\frac{19}{25}$	$1341\frac{29}{36}$	$981\frac{21}{25}$	$2753\frac{37}{48}$	$6542\frac{43}{54}$
$a = 745\frac{17}{20}$	$852\frac{43}{54}$	$394\frac{77}{100}$	$1865\frac{53}{64}$	$3658\frac{61}{72}$

b. Um wie viel ist m größer als n?

1.	2.	3.	4.	5.
$m = 917\frac{21}{32}$	$3476\frac{55}{64}$	$5263\frac{103}{128}$	$7802\frac{205}{256}$	$8023\frac{503}{560}$
$n = 529\frac{37}{48}$	$2589\frac{71}{80}$	$3478\frac{113}{160}$	$4913\frac{497}{512}$	$5135\frac{593}{600}$

c. Zu welcher Zahl ist a zu addieren, um b zu erhalten?

1.	2.	3.	4.	5.	6.
$a = 31\frac{17}{24}$	$47\frac{15}{32}$	$59\frac{43}{54}$	$65\frac{49}{96}$	$107\frac{97}{144}$	$239\frac{451}{576}$
$b = 90\frac{13}{36}$	$83\frac{19}{40}$	$95\frac{55}{72}$	$121\frac{91}{128}$	$242\frac{143}{180}$	$407\frac{563}{720}$

5. Addition und Subtraktion der Brüche.

§ 59. Sind Brüche oder gemischte Zahlen teils zu einander zu addieren, teils von einander zu subtrahieren, so zieht man im allgemeinen von der Summe der positiven Glieder die der negativen ab. In manchen Fällen führen die beiden noch übrigen in § 9 angegebenen Verfahrensweisen schneller zum Resultat. Kommen in der arithmetischen Summe gemischte Zahlen vor, deren Brüche der 1 nahe sind, so vereinfacht man die Rechnung nicht selten dadurch, daß man statt ihrer die um 1 vergrößerte zugehörige ganze Zahl weniger die Ergänzung des entsprechenden echten Bruchs auf 1 setzt. Bildet eine solche gemischte Zahl ein negatives Glied, so wird nach § 10 die um 1 vergrößerte ganze Zahl abgezogen und die Ergänzung addiert. Z. B.

$$1. \frac{3}{8} + \frac{5}{6} - \frac{7}{10} + \frac{1}{2} + \frac{5}{12} - \frac{7}{18} = \frac{3}{8} + \frac{4}{9} - \frac{7}{10} + \frac{1}{2} = \frac{3}{8} + \frac{19}{36} - \frac{7}{10} \\ = \frac{65}{72} - \frac{7}{10} = \frac{325 - 252}{360} = \frac{73}{360}$$

$$2. \quad 357\frac{29}{32} - 189\frac{43}{60} + 843\frac{71}{72} = 358 - \frac{3}{32} - 190 + \frac{17}{60} + 844 - \frac{1}{72} \\ = 1012\frac{408-135-20}{32 \cdot 9 \cdot 5 = 1440} = 1012\frac{253}{1440}.$$

Aufgaben.

Berechne folgende Summen:

- 981) $\frac{13}{18} + \frac{11}{18} - \frac{7}{18} + \frac{5}{18} - \frac{1}{18} + \frac{17}{18}$ 982) $\frac{21}{25} - \frac{23}{25} + \frac{19}{25} + \frac{18}{25} - \frac{16}{25} + \frac{9}{25}$
 983) $703\frac{19}{40} - 82\frac{3}{30} - \frac{31}{40} + 12\frac{27}{40}$ 984) $35\frac{9}{50} - 247\frac{43}{50} - 82\frac{7}{50} + 708\frac{19}{50}$
 985) $9\frac{37}{100} - \frac{89}{100} - \frac{81}{100} - \frac{73}{100} + \frac{57}{100}$ 986) $4\frac{53}{60} - \frac{29}{60} - 35\frac{41}{60} + 106\frac{37}{60}$
 987) $\frac{13}{15} - \frac{2}{5} + \frac{9}{10} - \frac{3}{4} - \frac{1}{6} + \frac{7}{8}$ 988) $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{11}{12} - \frac{5}{9} + \frac{7}{8} + \frac{13}{18}$
 989) $\frac{3}{5} + \frac{5}{6} - \frac{9}{10} - \frac{14}{15} + \frac{11}{12}$ 990) $\frac{20}{21} + \frac{11}{14} - \frac{13}{24} - \frac{5}{12} + \frac{29}{35}$
 991) $\frac{11}{12} - \frac{7}{20} + \frac{3}{4} - \frac{7}{8} + \frac{9}{10}$ 992) $\frac{13}{25} - \frac{7}{40} - \frac{2}{15} + \frac{9}{16} - \frac{3}{10}$
 993) $\frac{3}{7} - \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{11}{12} + \frac{13}{14}$ 994) $\frac{14}{15} + \frac{13}{18} - \frac{9}{20} + \frac{23}{30} - \frac{11}{36}$
 995) $\frac{20}{21} + \frac{19}{24} - \frac{13}{16} - \frac{9}{14} + \frac{7}{12}$ 996) $\frac{19}{36} + \frac{43}{45} + \frac{59}{60} - \frac{11}{24} - \frac{19}{30}$
 997) $7\frac{31}{32} + 9\frac{25}{36} + 43\frac{19}{48} - 51\frac{43}{72}$ 998) $71\frac{25}{32} - 34\frac{17}{36} - 18\frac{31}{48} - 6\frac{49}{96}$
 999) $24\frac{13}{28} - 6\frac{24}{35} - 5\frac{9}{20} - \frac{121}{140}$ 1000) $37\frac{41}{70} + 96\frac{5}{21} - 8\frac{17}{28} - \frac{24}{35}$
 1001) $8\frac{13}{16} - 17\frac{21}{25} + 23\frac{37}{40} - 9\frac{73}{100}$ 1002) $24\frac{7}{10} - 35\frac{11}{15} - 9\frac{17}{20} + 47\frac{39}{50}$
 1003) $43\frac{4}{5} - 189\frac{3}{4} + 517\frac{2}{9} - 96\frac{13}{16}$ 1004) $9\frac{7}{10} - 36\frac{13}{20} - 103\frac{21}{25} + 247\frac{33}{50}$
 1005) $109\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3} + 3\frac{4}{5} + 15\frac{7}{8} - 4\frac{5}{6} - 2\frac{11}{12} - 26\frac{3}{16} + 1047\frac{3}{10}$
 1006) $37\frac{3}{4} + 219\frac{4}{7} - 5\frac{7}{10} - 4\frac{11}{14} - 3\frac{8}{15} + 8\frac{17}{20} - 61\frac{25}{28} + 8\frac{47}{60}$
 1007) $1304\frac{11}{18} + 72\frac{5}{24} - 486\frac{23}{30} - 9\frac{31}{36} + 25\frac{47}{72} + 107\frac{11}{12} - \frac{143}{180}$
 1008) $302\frac{16}{27} - 834\frac{15}{16} - 1\frac{7}{18} + 1003\frac{23}{24} - 96\frac{31}{36} + 1275\frac{11}{12}$
 1009) $19\frac{3}{10} + 172\frac{8}{15} - 15\frac{19}{20} - 104\frac{22}{25} - 8\frac{29}{30} + 26\frac{83}{100} - 1\frac{47}{50}$
 1010) $8\frac{25}{35} + 17\frac{31}{40} - 492\frac{49}{72} + 634\frac{16}{45} - 8\frac{77}{90} - 105\frac{23}{24} + 23\frac{5}{12}$
 1011) $85\frac{13}{24} - 22\frac{31}{36} - 7\frac{5}{8} - 13\frac{4}{9} + 134\frac{11}{12} + 1009\frac{49}{60} - 46\frac{25}{48}$
 1012) $19\frac{3}{8} + 145\frac{7}{12} - 5\frac{1}{6} - 28\frac{3}{4} - \frac{2}{5} - 4\frac{2}{3} + 21\frac{8}{9} + 6\frac{9}{10} + 13\frac{13}{15}$
 1013) $74\frac{3}{8} - 14\frac{7}{12} + 5\frac{1}{6} + 8\frac{3}{4} + 7\frac{2}{5} - 4\frac{2}{3} + 21\frac{8}{9} + 6\frac{9}{10} + 43\frac{13}{15}$
 1014) $806\frac{11}{15} - 97\frac{19}{20} + 54\frac{13}{24} - 3\frac{23}{30} - 219\frac{35}{36} + 1208\frac{37}{40} - 27\frac{41}{48}$
 1015) $143\frac{15}{28} + 89\frac{37}{42} - 63\frac{24}{35} - 7\frac{8}{15} - 108\frac{13}{14} + 52\frac{6}{7} + 41\frac{2}{5} - 5\frac{25}{84}$
 1016) $3570\frac{18}{25} - 942\frac{21}{40} - 8\frac{49}{50} - 63\frac{56}{75} - 1004\frac{91}{100} + 571\frac{133}{150}!$
 1017) Wie groß ist der Unterschied zwischen den Summen:
 a. $(19\frac{3}{4} + 27\frac{5}{8} + 41\frac{11}{12} + 8\frac{7}{10})$ u. $(13\frac{7}{12} + 9\frac{9}{10} + 21\frac{5}{12} + 34\frac{11}{16})?$
 b. $(53\frac{7}{12} + 89\frac{13}{16} + 67\frac{19}{24} + 41\frac{27}{32})$ u. $(35\frac{25}{48} + 92\frac{27}{36} + 27\frac{5}{8} + 18\frac{43}{60})?$
 1018) a. $(1237\frac{5}{6} - 983\frac{7}{8} - 69\frac{3}{4}) - (751\frac{3}{5} - 1032\frac{9}{10} + 415\frac{13}{20})$
 b. $(4021\frac{13}{50} - 1347\frac{62}{75} - 953\frac{81}{100}) - (2408\frac{53}{60} - 3162\frac{41}{45} + 874\frac{67}{90})$
 1019) Addiere zur Differenz der Zahlen $163\frac{5}{8}$ und $89\frac{1}{12}$ die Summe der Zahlen a. $71\frac{7}{10}$ und $105\frac{11}{15}!$ b. $58\frac{13}{16}$ und $126\frac{19}{24}!$

- 1020) a. Ziehe von der Summe der Zahlen $792\frac{1}{2}\frac{3}{5}$ und $843\frac{1}{3}\frac{9}{10}$ die Differenz der Zahlen $1025\frac{1}{2}\frac{9}{4}$ und $946\frac{2}{3}\frac{5}{6}$ ab!
b. Subtrahiere von der Differenz der Zahlen $1023\frac{2}{4}\frac{9}{8}$ und $289\frac{5}{6}\frac{3}{4}$ die Summe der Zahlen $318\frac{6}{8}\frac{3}{0}$ und $247\frac{8}{9}\frac{5}{6}$!

6. Multiplikation der Brüche mit ganzen Zahlen.

§ 60. Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multipliziert, wenn man mit dieser entweder den Zähler multipliziert, oder, falls die ganze Zahl ein Theil des Nenners ist, diesen durch jene dividiert.

$$\text{Z. B. } 1. \frac{5}{6} \cdot 7 = \frac{35}{6} = 5\frac{5}{6}. \quad 2. \frac{1}{2}\frac{9}{4} \cdot 8 = \frac{19}{3} = 6\frac{1}{3}.$$

Denn $\frac{5}{6}$ ist das 5fache von $\frac{1}{6}$, also das 7fache davon $35 \cdot \frac{1}{6}$ oder $\frac{35}{6}$.
" $\frac{1}{3}$ " " 8 " " $\frac{1}{24}$, " " 8 " von $\frac{1}{24} = \frac{19}{3}$ oder $6\frac{1}{3}$.

Im allgemeinen wird ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziert, wenn man Nenner und ganze Zahl durch ihren gr. gem. Teiler dividiert und hierauf das Produkt aus dem Zähler und der neu entstandenen ganzen Zahl durch den neuen Nenner dividiert.

$$\text{Z. B. } \frac{1}{3}\frac{9}{2} \cdot 24 = \frac{19}{4 \cdot 8} \cdot 3 \cdot 8 = \frac{19}{4} \cdot 3 = 14\frac{1}{4}; \quad 403 \cdot \frac{9}{2}\frac{5}{9} = 13 \cdot \frac{9}{9} = 137\frac{2}{9}.$$

Ist eine gemischte Zahl mit einer ganzen zu multiplizieren, so multipliziert man mit der ganzen Zahl den echten Bruch der gemischten Zahl und unter Einrechnung der erhaltenen Einer auch die vor dem echten Bruche stehende ganze Zahl. Die gemischte Zahl verwandelt man nur dann mit Vorteil in einen unechten Bruch, wenn Nenner und ganze Zahl einen nicht gar zu kleinen gemeinschaftlichen Teiler haben. Ist der echte Bruch der gemischten Zahl der Einheit nahe, so zieht man am besten vom Produkte aus der ganzen Zahl und dem um 1 vergrößerten ersten Summanden der gemischten Zahl das Produkt aus jener und der Ergänzung des echten Bruchs auf 1 ab. Z. B.

$$758\frac{3}{8} \cdot 27 = \frac{3}{8} \cdot 27 + 758 \cdot 27 = 20466 + 10\frac{1}{8} = 20476\frac{1}{8}$$

$$2394\frac{3}{4}\frac{5}{8} \cdot 112 = \frac{114947}{48} \cdot 112 = \frac{114947}{3} \cdot 7 = \frac{804620}{3} = 268209\frac{2}{3}$$

$$847\frac{1}{15}\frac{3}{5} \cdot 28 = (848 - \frac{2}{15}) \cdot 28 = 848 \cdot 28 - \frac{2}{15} \cdot 28 = 23740\frac{4}{15}.$$

Wesentlich kann die Rechnung vereinfacht werden, wenn von der gemischten Zahl der Zähler ein Teiler des ganzen Summanden ist, oder wenn die letzten Stellen desselben in Verbindung mit dem echten Bruch einen Teil der vorausgehenden Stellen bilden, oder endlich wenn die gemischte Zahl ein Teil von 100 ist. Z. B.

$$1. \quad \begin{array}{r} 38754 \cdot 19\frac{1}{2}\frac{9}{4} \\ \hline 736326 \quad : 24 \\ \hline 30680\frac{1}{4} \\ \hline 767006\frac{1}{4} \end{array}$$

$$2. \quad \begin{array}{r} 1743 \cdot 72\frac{8}{15} \\ \hline 13944 \cdot 8 \\ \hline 125496 \cdot 9 \\ \hline 929\frac{2}{3} \cdot 8 : 15 \\ \hline 126425\frac{3}{5} \end{array}$$

$$3. \quad \begin{array}{r} 7268 \cdot 193\frac{4}{5} \\ \hline 1380920 \quad \frac{1}{5} \text{ v. } 19 \\ \hline 27618\frac{2}{5} \\ \hline 1408538\frac{2}{5} \end{array}$$

78 V. 6. Multiplikation der Brüche mit ganzen Zahlen. § 60. 61.

$$\begin{array}{r}
 4. \quad 6527 \cdot 9111\frac{3}{8} \\
 \hline
 59395700 \\
 74244\frac{5}{8} \\
 \hline
 59469944\frac{5}{8}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 5. \quad 3546 \cdot 14\frac{2}{7} \\
 \hline
 506\frac{4}{7} \cdot 100 \\
 \hline
 50657\frac{1}{7}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 6. \quad 4295 \cdot 83\frac{1}{3} \\
 \hline
 -715\frac{5}{6} : 6 \\
 \hline
 3579\frac{1}{6} \cdot 100 \\
 \hline
 357916\frac{2}{3}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 83\frac{1}{3} = \\
 \frac{5}{6} \cdot 100
 \end{array}$$

Von 100 kommen folgende Bruchteile öfter vor:

$33\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot 100$	$12\frac{1}{2} = \frac{1}{8} \cdot 100$	$9\frac{1}{11} = \frac{1}{11} \cdot 100$	$6\frac{2}{3} = \frac{1}{15} \cdot 100$
$66\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot 100$	$37\frac{1}{2} = \frac{3}{8} \cdot 100$	$18\frac{2}{11} = \frac{2}{11} \cdot 100$	$13\frac{1}{2} = \frac{2}{15} \cdot 100$
$16\frac{2}{3} = \frac{1}{6} \cdot 100$	$62\frac{1}{2} = \frac{5}{8} \cdot 100$	u. s. w.	u. s. w.
$83\frac{1}{3} = \frac{5}{6} \cdot 100$	$87\frac{1}{2} = \frac{7}{8} \cdot 100$	$8\frac{1}{4} = \frac{1}{12} \cdot 100$	$6\frac{1}{4} = \frac{1}{16} \cdot 100$
$14\frac{2}{7} = \frac{1}{7} \cdot 100$	$11\frac{1}{9} = \frac{1}{9} \cdot 100$	$41\frac{2}{3} = \frac{5}{12} \cdot 100$	$18\frac{3}{4} = \frac{3}{16} \cdot 100$
$28\frac{4}{7} = \frac{2}{7} \cdot 100$	$22\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot 100$	$58\frac{1}{3} = \frac{7}{12} \cdot 100$	u. s. w.
$42\frac{6}{7} = \frac{3}{7} \cdot 100$	$44\frac{4}{9} = \frac{4}{9} \cdot 100$	$91\frac{2}{3} = \frac{11}{12} \cdot 100$	$5\frac{5}{9} = \frac{1}{18} \cdot 100$
$57\frac{1}{7} = \frac{4}{7} \cdot 100$	$55\frac{5}{9} = \frac{5}{9} \cdot 100$	$3\frac{1}{3} = \frac{1}{30} \cdot 100$	$27\frac{7}{9} = \frac{5}{18} \cdot 100$
u. s. w.	u. s. w.	$3\frac{1}{8} = \frac{1}{32} \cdot 100$	u. s. w.

Bei gröfseren Zahlen beginnt man auch mit der Multiplikation der ganzen Zahlen und zerlegt zur Abkürzung der Rechnung den echten Bruch in einfachere Brüche. Siehe § 64.

§ 61.

Aufgaben.

1021) a. $\frac{1}{2}\frac{9}{4} \cdot 65$	b. $\frac{3}{5}\frac{1}{5} \cdot 73$	1022) a. $\frac{5}{6}\frac{5}{4} \cdot 187$	b. $264 \cdot \frac{3}{4}\frac{6}{9}$
1023) $459 \cdot \frac{6}{8}\frac{3}{2}$	$871 \cdot \frac{1}{14}\frac{27}{4}$	1024) $359 \cdot \frac{2}{5}\frac{4}{6}\frac{1}{4}$	$\frac{8}{9}\frac{5}{6} \cdot 324$
1025) $\frac{8}{10}\frac{5}{6}\frac{3}{7} \cdot 97$	$\frac{11}{11}\frac{7}{8}\frac{5}{4} \cdot 74$	1026) $\frac{6}{7}\frac{4}{7}\frac{3}{8}\frac{2}{1} \cdot 251$	$169 \cdot \frac{6}{8}\frac{7}{4}\frac{8}{5}\frac{3}{0}$
1027) $543 \cdot \frac{1}{4}\frac{9}{3}\frac{7}{4}\frac{1}{4}$	$\frac{7}{9}\frac{5}{1} \cdot 117$	1028) $\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{3}{2} \cdot 361$	$\frac{1}{2}\frac{9}{0}\frac{6}{7} \cdot 391$
1029) $\frac{3}{3}\frac{2}{7}\frac{4}{7} \cdot 580$	$625 \cdot \frac{1}{17}\frac{2}{5}$	1030) $576 \cdot \frac{2}{3}\frac{9}{2}\frac{7}{0}$	$260 \cdot \frac{7}{12} \cdot 53$
1031) $82\frac{1}{2}\frac{9}{4} \cdot 49$	$293 \cdot 44\frac{1}{16}\frac{1}{6}$	1032) $165 \cdot 73\frac{2}{2}\frac{1}{5}$	$724 \cdot 76\frac{3}{5}\frac{9}{0}$
1033) $357\frac{5}{6}\frac{5}{4} \cdot 32$	$46\frac{1}{1}\frac{2}{5}\frac{5}{4} \cdot 41$	1034) $83\frac{2}{2}\frac{0}{5}\frac{1}{4} \cdot 56$	$68\frac{5}{7}\frac{2}{4}\frac{7}{4} \cdot 93$
1035) $180 \cdot 67\frac{2}{3}\frac{9}{6}$	$675 \cdot 92\frac{6}{7}\frac{4}{5}$	1036) $73\frac{5}{7}\frac{9}{2} \cdot 108$	$40\frac{9}{9}\frac{2}{5} \cdot 152$
1037) $84\frac{7}{12} \cdot 42$	$136 \cdot 97\frac{6}{10}\frac{5}{2}$	1038) $87 \cdot 23\frac{1}{1}\frac{0}{1}\frac{5}{6}$	$382 \cdot \frac{4}{6}\frac{7}{1}\frac{9}{1}\frac{5}{2}$
1039) $237 \cdot 46\frac{1}{1}\frac{5}{5}\frac{3}{8}$	$96 \cdot 64\frac{2}{2}\frac{5}{8}\frac{3}{8}$	1040) $901 \cdot 42\frac{4}{6}\frac{2}{5}$	$1728 \cdot \frac{1}{1}\frac{0}{2}\frac{8}{9}\frac{5}{5}$
1041) $1730 \cdot \frac{2}{2}\frac{2}{7}\frac{3}{6}\frac{5}{8}$	$104\frac{8}{16} \cdot 362$	1042) $89\frac{2}{3}\frac{1}{2} \cdot 725$	$935 \cdot \frac{2}{3}\frac{1}{5}\frac{0}{5}\frac{9}{3}$
1043) $1088 \cdot 278\frac{1}{1}\frac{2}{3}\frac{1}{6}$	1044) $4537 \cdot 31\frac{3}{4}\frac{3}{8}$	1045) $6029 \cdot 65\frac{5}{18}$	
1046) $351\frac{9}{10}\frac{7}{8} \cdot 270$	1047) $7490 \cdot 826\frac{3}{6}\frac{7}{0}$	1048) $946\frac{7}{10}\frac{3}{0} \cdot 5075$	
1049) $935 \cdot 17\frac{8}{1}\frac{4}{7}\frac{3}{6}\frac{6}{5}$	1050) a. $189\frac{2}{3}\frac{7}{2} \cdot 625$	b. $357 \cdot 84\frac{1}{2}\frac{9}{5}$	
c. $267 \cdot 85\frac{5}{7}$	d. $541 \cdot 91\frac{2}{3}$	e. $1385 \cdot 94\frac{4}{9}$	

7. Division der Brüche durch ganze Zahlen.

§ 62. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, wenn man Zähler und ganze Zahl durch ihren gr. gem. T. dividiert und

hierauf den neu entstandenen Zähler durch das Produkt aus Nenner und der neuen ganzen Zahl dividiert. Z. B.

$$1. \frac{24}{5} : 8 = \frac{3}{5} \quad 2. \frac{59}{8} : 9 = \frac{59}{72} \quad 3. \frac{323}{18} : 95 = \frac{17 \cdot 19}{18} : (5 \cdot 19) = \frac{17}{90}.$$

Ist eine gemischte Zahl durch eine ganze zu dividieren, so dividiert man durch diese zunächst den ersten Summanden jener so lange, bis der Rest kleiner ist als der Divisor. Diesen Rest samt dem echten Bruch verwandelt man in einen unechten Bruch und dividiert ihn durch die gegebene ganze Zahl nach obiger Regel. Z. B.

$$1. 3128\frac{3}{4} : 5 = 625 + 3\frac{3}{4} : 5 = 625\frac{3}{4} \quad 2. 19\frac{2}{3} : 21 = 5\frac{9}{3} : 21 = 5\frac{9}{63}.$$

Man kann auch die vorliegende gemischte Zahl sogleich in einen unechten Bruch verwandeln und diesen durch die ganze Zahl dividieren; doch erweist sich dies nur dann als vorteilhaft, wenn der Zähler des unechten Bruchs und die ganze Zahl einen nicht zu kleinen gemeinschaftlichen Teiler haben. Z. B.

$$930\frac{6}{13} : 128 = \frac{12096}{13} : 128 = \frac{1512}{13} : 16 = \frac{189}{13} : 2 = 7\frac{7}{13}.$$

Sobald die ganze Zahl größer ist und sich in Faktoren zerlegen lässt, kann man die gemischte Zahl durch einen der Faktoren dividieren, den erhaltenen Quotienten durch einen zweiten u. s. f. bis man beim letzten Faktor angelangt ist. Hierdurch wird das in § 19. 6 angegebene Verfahren begründet und erklärt. Z. B.

$$357694\frac{5}{8} : 2431 = 32517\frac{51}{88} : (13 \cdot 17) = 2501\frac{412}{1144} : 17 = 147\frac{2701}{19448}.$$

§ 63.

Aufgaben.

- | | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| 1051) $\frac{1472}{25} : 64$ | 1052) $\frac{5357}{49} : 125$ | 1053) $\frac{4293}{32} : 159$ | 1054) $\frac{16128}{89} : 224$ |
| 1055) $\frac{35040}{101} : 365$ | 1056) $\frac{27360}{77} : 480$ | 1057) $\frac{8192}{15} : 81$ | 1058) $\frac{19008}{19} : 35$ |
| 1059) $\frac{87000}{23} : 47$ | 1060) $\frac{42336}{11} : 17$ | 1061) $\frac{29393}{27} : 32$ | 1062) $\frac{7992}{13} : 144$ |
| 1063) $\frac{5824}{7} : 96$ | 1064) $\frac{7524}{5} : 792$ | 1065) $\frac{11375}{10} : 375$ | 1066) $\frac{5643}{10} : 135$ |
| 1067) $\frac{1261}{20} : 52$ | 1068) $\frac{2187}{12} : 108$ | 1069) $\frac{2484}{25} : 115$ | 1070) $\frac{4875}{16} : 175$ |
| 1071) $64\frac{2}{3} : 97$ | 1072) $239\frac{5}{8} : 284$ | 1073) $54\frac{7}{2} : 131$ | |
| 1074) $340\frac{5}{18} : 375$ | 1075) $623\frac{9}{16} : 24$ | 1076) $58\frac{2}{7} : 112$ | |
| 1077) $97\frac{6}{5} : 429$ | 1078) $865\frac{4}{7} : 19$ | 1079) $12763\frac{11}{5} : 18$ | |
| 1080) $9347\frac{11}{2} : 20$ | 1081) $80461\frac{9}{16} : 25$ | 1082) $100325\frac{7}{8} : 36$ | |
| 1083) $52604\frac{7}{9} : 42$ | 1084) $4755\frac{13}{8} : 37$ | 1085) $30412\frac{3}{4} : 54$ | |
| 1086) $95414\frac{7}{12} : 169$ | 1087) $162379\frac{4}{5} : 73$ | 1088) $142976\frac{16}{9} : 504$ | |
| 1089) $42499\frac{5}{13} : 463$ | 1090) $236324\frac{11}{2} : 2860$ | 1091) $8126\frac{17}{24} : 35$ | |
| 1092) $487167\frac{11}{12} : 1064$ | 1093) $282249\frac{7}{12} : 772$ | 1094) $75361\frac{9}{20} : 83$ | |

$$\begin{array}{lll}
 1095) \ 27262\frac{4}{63}:220 & 1096) \ 535466\frac{1}{4}:65 & 1097) \ 108927\frac{13}{25}:365 \\
 1098) \ 13047\frac{32}{50}:560 & 1099) \ 90624\frac{87}{100}:360 & 1100) \ 68107\frac{12}{25}:125.
 \end{array}$$

8. Zerlegung der Brüche.

§ 64. Nicht selten ist es vorteilhaft, einen Bruch mit größerem Zähler und Nenner in mehrere einfachere Brüche zu zerlegen, deren Zähler 1 und deren Nenner, mit Ausnahme des letzten, Teiler des gegebenen Nenners oder mindestens kleiner als dieser sind. Hierbei zerlegt man den Zähler in solche Summanden, welche Teiler des Nenners sind, dividiert jeden dieser Summanden durch den ursprünglichen Nenner und addiert die so erhaltenen Brüche, welche sich mit Ausschluss des letzten vereinfachen lassen. Diese Zerlegung wird gewöhnlich nur bei solchen Brüchen vorgenommen, deren Nenner gerade oder wenigstens zusammengesetzte Zahlen sind, weil sonst jene Summanden des Zählers Brüche enthalten. Oft stehen diese Teilbrüche in sehr einfacher Beziehung zu einander, so daß irgend einer derselben ein Teil eines vorhergehenden ist. Z. B.

$$\begin{array}{l}
 1. \quad \frac{53}{64} = \frac{32+16+4+1}{64} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} \\
 2. \quad \frac{68}{105} = \frac{35+21+7+5}{105} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{21} \\
 3. \quad \frac{47}{61} = (30\frac{1}{2} + 15\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4}) : 61 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{61} + \frac{1}{244}.
 \end{array}$$

Aufgaben.

Zerlege folgende Brüche.

1101) $\frac{83}{96}$	1102) $\frac{109}{128}$	1103) $\frac{215}{248}$	1104) $\frac{387}{560}$	1105) $\frac{761}{952}$
1106) $\frac{1307}{1584}$	1107) $\frac{1469}{1728}$	1108) $\frac{317}{429}$	1109) $\frac{113}{144}$	1110) $\frac{235}{392}$
1111) $\frac{565}{728}$	1112) $\frac{4961}{6552}$	1113) $\frac{86}{105}$	1114) $\frac{95}{117}$	1115) $\frac{137}{169}$
1116) $\frac{164}{187}$	1117) $\frac{269}{226}$	1118) $\frac{218}{273}$	1119) $\frac{361}{495}$	1120) $\frac{412}{429}$
1121) $\frac{486}{529}$	1122) $\frac{592}{715}$	1123) $\frac{857}{1001}$	1124) $\frac{1926}{2431}$	1125) $\frac{64}{73}$
1126) $\frac{109}{151}$	1127) $\frac{218}{257}$	1128) $\frac{325}{349}$	1129) $\frac{357}{433}$	1130) $\frac{568}{797}$
a. $\frac{121}{144}$	b. $\frac{253}{360}$	c. $\frac{485}{576}$	d. $\frac{643}{875}$	e. $\frac{963}{1250}$
f. $\frac{1357}{1800}$	g. $\frac{2083}{2436}$			

9. Multiplikation der Brüche mit einander.

§ 65. Brüche multipliziert man mit einander, wenn man nach erfolgter Vereinfachung das Produkt der Zähler dividiert durch das Produkt der Nenner. Diese Vereinfachung findet statt, wenn der Zähler des einen Bruchs mit dem Nenner des andern einen gem. T. hat und man beide durch ihren gr. gem. T. dividiert. Z. B.

$$1. \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{12} = \frac{35}{96} \quad 2. \frac{34}{45} \cdot \frac{27}{85} = \frac{2 \cdot 17}{5 \cdot 9} \cdot \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 17} = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$$

$$3. \frac{51}{92} \cdot \frac{115}{124} \cdot \frac{93}{68} = \frac{3 \cdot 17}{4 \cdot 23} \cdot \frac{5 \cdot 23}{4 \cdot 31} \cdot \frac{3 \cdot 31}{4 \cdot 17} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{45}{64}$$

Ist eine gemischte Zahl mit einem Bruch zu multiplizieren, so multipliziert man die gemischte Zahl mit dem Zähler und dividiert das erhaltene Produkt durch den Nenner des Bruchs. Ist dieser Bruch der Einheit nahe, so zieht man von der gemischten Zahl das Produkt derselben mit seiner Ergänzung auf 1 ab. Hat der Bruch im Zähler und Nenner gröfsere Zahlen, so führt die Zerfällungsmethode am schnellsten zum Ziel. Z. B.

$$4. 2487\frac{23}{60} \cdot \frac{16}{35} = 39798\frac{2}{15} : 35 = 1137\frac{47}{525}$$

$$5. 7548\frac{5}{12} \cdot (1 - \frac{3}{16}) = 7548\frac{5}{12} - 1415\frac{21}{64} = 6133\frac{17}{192}$$

$$6. 3652\frac{19}{27} \cdot (\frac{97}{124} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{31})$$

Haupt- 62. 19 = 1178 31. 19 = 589 4. 694 = 2776 2857	Nenner 108.31 = 3348. 4543
--	-------------------------------------

Gemischte Zahlen multipliziert man mit einander, indem man entweder beide in unechte Brüche verwandelt und nach obiger Regel verfährt, oder indem man zuerst die beiden ganzen Zahlen, hierauf den Bruch der einen gemischten Zahl mit dem ersten Summanden der andern gemischten Zahl, zuletzt die beiden Brüche mit einander multipliziert und sämtliche (4) Produkte addiert, wobei die Zerfällungsmethode mit Vorteil angewendet werden kann. Man kann auch sogleich die erste gemischte Zahl mit dem ganzen Summanden und hernach mit dem Bruch der zweiten gemischten Zahl multiplizieren und die beiden Produkte addieren. Z. B.

$$1. 894\frac{13}{15} \cdot 216\frac{11}{18}$$

1788 5364 187\frac{1}{5} \dots (1 - \frac{2}{15}) \cdot 216 447\frac{13}{30} \dots \cdot \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \}	v. 894\frac{13}{15}
---	---------------------

$$193838\frac{17}{270}$$

$$3. 7\frac{1}{9} \cdot 13\frac{4}{7} \cdot 10\frac{1}{16} \cdot 21\frac{24}{25} = \frac{64}{9} \cdot \frac{95}{7} \cdot \frac{161}{16} \cdot \frac{549}{25} = 4 \cdot 19 \cdot 23 \cdot \frac{61}{5} = 21325\frac{3}{5}$$

$$4. 19\frac{5}{12} \cdot 9\frac{13}{15} \cdot 18\frac{9}{20} \cdot 8\frac{12}{25} = \frac{125}{12} \cdot \frac{148}{15} \cdot \frac{369}{20} \cdot \frac{212}{25} = 37 \cdot \frac{41}{5} \cdot 53 = 16080\frac{1}{5}$$

§ 66.

Aufgaben.

1131) $\frac{17}{16} \cdot \frac{19}{24}$	1132) $\frac{23}{38} \cdot \frac{15}{7}$	1133) $\frac{35}{43} \cdot \frac{77}{36}$	1134) $\frac{29}{42} \cdot \frac{54}{49}$
1135) $\frac{49}{18} \cdot \frac{25}{12}$	1136) $\frac{32}{15} \cdot \frac{47}{21}$	1137) $\frac{26}{27} \cdot \frac{61}{35}$	1138) $\frac{57}{64} \cdot \frac{63}{76}$

- 1139) $\frac{165}{184} \cdot \frac{92}{147}$ 1140) $\frac{96}{243} \cdot \frac{343}{160}$ 1141) $\frac{128}{167} \cdot \frac{501}{352}$
 1142) $\frac{784}{689} \cdot \frac{1537}{1029}$ 1143) $\frac{253}{296} \cdot \frac{481}{437} \cdot \frac{19}{13}$ 1144) $\frac{7}{12} \cdot \frac{5}{8} \cdot \frac{45}{16}$
 1145) $\frac{427}{445} \cdot \frac{424}{671} \cdot \frac{623}{583}$ 1146) $\frac{822}{679} \cdot \frac{652}{959} \cdot \frac{485}{489}$ 1147) $\frac{119}{184} \cdot \frac{253}{245} \cdot \frac{4183}{187}$
 1148) $\frac{91}{120} \cdot 128 \cdot \frac{75}{196}$ 1149) $\frac{123}{45} \cdot 160 \cdot \frac{87}{112}$ 1150) $\frac{23}{30} \cdot \frac{49}{64} \cdot 45 \cdot \frac{160}{147}$
 1151) $\frac{35}{76} \cdot \frac{95}{52} \cdot \frac{84}{125} \cdot \frac{39}{56}$ 1152) $\frac{72}{143} \cdot \frac{35}{377} \cdot \frac{145}{108} \cdot \frac{169}{49}$ 1153) $2084\frac{7}{8} \cdot \frac{13}{16}$
 1154) $629\frac{13}{15} \cdot \frac{7}{12} \cdot 27$ 1155) $\frac{27}{35} \cdot 64\frac{17}{18} \cdot 20$ 1156) $\frac{41}{60} \cdot 539\frac{7}{8} \cdot 12$
 1157) $162\frac{11}{15} \cdot \frac{19}{24} \cdot 18$ 1158) $\frac{32}{75} \cdot 186\frac{29}{40} \cdot 25$ 1159) $\frac{89}{100} \cdot 23\frac{41}{54} \cdot 90$
 1160) $137\frac{1}{2} \cdot 19\frac{5}{8} \cdot 1\frac{3}{5}$ 1161) $907\frac{23}{48} \cdot 27\frac{32}{35}$ 1162) $18\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 9\frac{3}{8}$
 1163) $42\frac{5}{6} \cdot 53\frac{7}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$ 1164) $1869\frac{5}{8} \cdot 742\frac{6}{17}$ 1165) $672\frac{11}{12} \cdot 3145\frac{19}{24}$
 1166) $37\frac{11}{15} \cdot 65\frac{14}{17} \cdot 3\frac{2}{5}$ 1167) $123\frac{12}{25} \cdot 115\frac{10}{21}$ 1168) $603\frac{9}{32} \cdot 401 \cdot \frac{43}{45}$
 1169) $837\frac{41}{54} \cdot 1864\frac{18}{49}$ 1170) $5\frac{5}{8} \cdot 6\frac{14}{15} \cdot 22\frac{11}{13}$ 1171) $12\frac{1}{12} \cdot 8\frac{11}{18} \cdot 17\frac{7}{25}$
 1172) $15\frac{3}{19} \cdot 1\frac{31}{64} \cdot 60\frac{37}{45} \cdot 2\frac{1}{2}$ 1173) $\frac{16}{25} \cdot \frac{209}{48} \cdot \frac{117}{88} \cdot \frac{184}{171} \cdot \frac{175}{299}$
 1174) $\frac{185}{92} \cdot \frac{147}{148} \cdot \frac{324}{335} \cdot \frac{115}{343} \cdot \frac{1809}{378}$ 1175) $14\frac{2}{7} \cdot 10\frac{17}{19} \cdot 13\frac{13}{20} \cdot 20\frac{1}{18}$
 1176) $34\frac{1}{5} \cdot 44\frac{4}{7} \cdot 58\frac{7}{8} \cdot 63\frac{1}{9} \cdot 52\frac{3}{13}$ 1177) $14\frac{2}{9} \cdot 16\frac{15}{17} \cdot 22\frac{13}{28} \cdot 21\frac{3}{32}$
 1178) $11\frac{1}{4} \cdot 12\frac{5}{8} \cdot 20\frac{1}{15} \cdot 24\frac{4}{11} \cdot 31\frac{1}{35}$ 1179) $5\frac{1}{11} \cdot 3\frac{1}{13} \cdot 17\frac{7}{8} \cdot 4\frac{4}{35}$
 1180) $14\frac{1}{6} \cdot 24\frac{9}{14} \cdot 29\frac{13}{15} \cdot 16\frac{16}{17} \cdot 39\frac{3}{19} \cdot 19\frac{13}{24}$

10. Division durch Brüche.

§ 67. Sind zwei gleichnamige Brüche durch einander zu dividieren, so dividiert man den Zähler des Dividenden durch den Zähler des Divisorbruchs. Z. B. $\frac{23}{24} : \frac{1}{24} = \frac{23}{7} = 3\frac{2}{7}$.

Ist eine ganze oder gebrochene Zahl durch einen Bruch zu dividieren, so kann man jene mit diesem gleichnamig machen. Z. B.

$$1. \ 25 : \frac{7}{12} = \frac{25 \cdot 12}{12} : \frac{7}{12} = \frac{25 \cdot 12}{7} = 42\frac{6}{7} \quad 2. \ \frac{7}{10} : \frac{5}{9} = \frac{7 \cdot 9}{90} : \frac{5 \cdot 10}{90} = 1\frac{13}{50}.$$

Soll eine gemischte Zahl durch einen Bruch dividiert werden, so kann man jene in einen unechten Bruch verwandeln. Z. B.

$$134\frac{7}{10} : \frac{27}{35} = \frac{1347}{10} : \frac{27}{35} = \frac{9429}{70} : \frac{54}{70} = \frac{3143}{18} = 174\frac{11}{18}.$$

Eine ganze, gebrochene oder gemischte Zahl wird also durch einen Bruch dividiert, wenn man jene mit dem umgestürzten Divisorbruch multipliziert. Dabei kann man im 1. Fall die ganze Zahl und den Zähler des Divisorbruchs durch ihren gr. gem. T. und im 2. Fall die beiden Zähler oder Nenner oder beide dividieren.

$$\text{Z. B. } 1. \ 279 : \frac{62}{75} = 9 \cdot \frac{75}{2} = 337\frac{1}{2}. \quad 2. \ \frac{207}{215} : \frac{161}{172} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = 1\frac{1}{35}.$$

Ist endlich durch eine gemischte Zahl zu dividieren, so verwandelt man diese in einen Bruch und verfährt nach voriger Regel.

$$\text{Z. B. } 1. \ 137 : 12\frac{5}{8} = 137 : \frac{101}{8} = 137 \cdot \frac{8}{101} = 10\frac{86}{101}. \\ 2. \ 645\frac{1}{2} : 29\frac{2}{3} = 1936\frac{1}{2} : 89 = 21\frac{135}{178}.$$

§ 68.

Aufgaben.

- 1181) $\frac{915}{128} \cdot \frac{75}{128}$ 1182) $\frac{923}{586} \cdot \frac{213}{586}$ 1183) $\frac{1349}{1480} \cdot \frac{922}{1480}$ 1184) $\frac{1537}{1728} \cdot \frac{1325}{1728}$

1185) $87:\frac{13}{15}$	1186) $1107:\frac{27}{32}$	1187) $855:\frac{76}{91}$	1188) $483:\frac{105}{136}$
1189) $893:\frac{141}{56}$	1190) $9153:\frac{113}{150}$	1191) $\frac{72}{35}:\frac{63}{80}$	1192) $\frac{93}{172}:\frac{155}{129}$
1193) $\frac{415}{501}:\frac{747}{668}$	1194) $\frac{387}{500}:\frac{93}{64}$	1195) $\frac{403}{296}:\frac{465}{643}$	1196) $\frac{251}{584}:\frac{1004}{511}$
1197) $29\frac{2}{3}:\frac{11}{12}$	1198) $174\frac{1}{6}:\frac{5}{16}$	1199) $376\frac{5}{7}:\frac{19}{21}$	1200) $2689\frac{13}{18}:\frac{17}{24}$
1201) $153:8\frac{1}{2}$	1202) $785:16\frac{1}{4}$	1203) $7294:31\frac{7}{8}$	1204) $9379:235\frac{5}{12}$
1205) $\frac{25}{27}:18\frac{1}{3}$	1206) $\frac{639}{28}:\frac{145}{8}$	1207) $\frac{359}{360}:\frac{8}{135}$	1208) $\frac{2056}{35}:\frac{25}{10}$
1209) $27:14\frac{2}{8}$	1210) $19\frac{1}{4}:23\frac{5}{6}$	1211) $39\frac{11}{13}:\frac{137}{8}$	1212) $315\frac{3}{16}:\frac{43}{18}$
1213) $7\frac{2}{7}:26\frac{11}{12}$	1214) $94\frac{2}{9}:102\frac{11}{17}$	1215) $63\frac{29}{42}:\frac{194}{28}$	1216) $848\frac{4}{7}:\frac{1453}{56}$
1217) $129\frac{17}{24}:358\frac{19}{36}$	1218) $17031\frac{53}{70}:4361\frac{23}{35}$	1219) $46087\frac{17}{24}:\frac{553}{16}$	
1220) $89104\frac{16}{21}:36\frac{36}{49}$	1221) $2847\frac{2}{9}:\frac{117}{16}$	1222) $37524\frac{3}{8}:\frac{272}{7}$	
1223) $4539\frac{11}{15}:94\frac{2}{27}$	1224) $3998\frac{25}{38}:\frac{64}{20}$	1225) $1740\frac{13}{20}:\frac{89}{25}$	

11. Näherungsbrüche.

§ 69. 1. Nicht selten ergeben sich im Verlauf der Rechnung Brüche mit grossen Zählern und Nennern, welche man unverändert nicht beizubehalten braucht, da ein von diesem Bruch wenig verschiedener (Näherungsbruch) mit kleinerem Zähler und Nenner das Resultat so genau gibt, als dies überhaupt zu kennen Wert hat. Freilich muß bei benannten Zahlen die zu beobachtende Genauigkeit je nach dem grösseren oder geringeren Wert der zu Grunde gelegten Masseinheit selbst grösser oder kleiner sein. Am einfachsten gelangt man durch Weglassung gleich vieler Stellen von rechts nach links im Zähler und Nenner zu einem Näherungsbruch, wobei man die verbleibenden Zahlen um 1 vergrössert, wenn die Ziffer der höchsten weggebliebenen Stelle = 5 oder > 5 ist.

Z. B. 1. $\frac{38425}{79168} = \frac{38}{79}$ ca. 2. $\frac{65517}{224875} = \frac{66}{225} = \frac{22}{75}$ ca.

Haben Zähler und Nenner nahezu einen gemeinschaftlichen Teiler, so kann man jene durch diesen dividieren. Z. B.

1. $\frac{66}{325} = \frac{1}{5}$ ca. 2. $\frac{437}{526} = \frac{19}{23} = \frac{4}{5}$ ca.

Beide Verfahrensweisen gründen sich auf § 54.

2. Oft ist es wünschenswert, Brüche mit unbequemen Nennern in solche mit kleineren, für die praktischen Verhältnisse brauchbaren Nennern zu verwandeln. So oft nun der vorgeschriebene Nenner kein Teiler des gegebenen Nenners ist, so multipliziert man den Zähler mit dem vorgeschriebenen Nenner und dividiert das erhaltene Produkt durch den Nenner des gegebenen Bruchs. Die erhaltene gemischte Zahl gibt den vollständigen Zähler zu dem vorgeschriebenen Nenner. Von einer läßt man jedoch den echten Bruch weg, wenn er kleiner als $\frac{1}{2}$ ist; vermehrt dagegen die ganze Zahl um 1, wenn der genannte echte Bruch = oder $> \frac{1}{2}$ ist. Z. B.

$\frac{32}{53}$ wie viel 16 mal? $\frac{32 \cdot 16 : 53}{16} = \frac{512 : 53}{16} = 9\frac{35}{53} : 16 = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ ca.

3. Weniger einfach ist das folgende Verfahren; dagegen schliessen sich die gefundenen Näherungsbrüche dem vorliegenden Bruch am nächsten an, weshalb diese Methode stets dann Anwendung findet, wenn es sich um Ermittlung einfacher und doch möglichst genauer Verhältniszahlen zwischen den Mafseinheiten verschiedener Länder handelt. Hat man z. B. den Bruch $\frac{68}{157}$, so kann man diesen in folgender Weise umformen:

$$\frac{68}{157} = \frac{1}{\frac{157}{68}} = \frac{1}{2\frac{21}{8}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{8}{21}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3\frac{5}{21}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{21}{5}}}} = \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}.$$

Man bemerkt, dass die verschiedenen Teilnenner die Quotienten sind, welche sich bei Aufsuchung des größten gemeinschaftlichen Teilers zweier Zahlen durch Division ergeben. Die dem gegebenen Bruch sich immer mehr nähernden Brüche sind:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{3}{7}, 1 : (2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}) = 1 : 2\frac{4}{13} = \frac{13}{30},$$

welche man auf folgende einfache Weise erhalten kann, wenn man vorher die auf einander folgenden Teilquotienten in derselben Ordnung neben einander schreibt:

$$\begin{array}{ccccccc} 2. & 3. & & 4. & & 5. & \\ 1 & 3 & & 4 \cdot 3 + 1 & 13 & 5 \cdot 13 + 3 & 68 \\ \hline 2 & 3 \cdot 2 + 1 & = & 7 & 4 \cdot 7 + 2 & = & 30 & 5 \cdot 30 + 7 & = & 157 \end{array}$$

Der erste Teilquotient wird der Nenner des ersten Näherungswerts, dessen Zähler 1 ist. Der zweite Teilquotient wird der Zähler des zweiten Näherungsbruchs, dessen Nenner das um 1 vergrößerte Produkt aus den beiden ersten Teilquotienten ist. Von jedem folgenden Näherungsbruch findet man den Zähler, wenn man den darüberstehenden Teilquotienten mit dem Zähler des vorangehenden Näherungsbruchs multipliziert und zu dem erhaltenen Produkte den Zähler des zweitvorhergehenden Näherungsbruchs addiert; dagegen den Nenner durch Multiplikation des entsprechenden Teilquotienten mit dem Nenner des vorangehenden Näherungswerts und Addition des Nenners des zweitvorhergehenden Näherungsbruchs. Da $1 : 2 > 1 : 2\frac{21}{8} = \frac{68}{157}$, so ist der 1. Näherungswert größer als der vorliegende Bruch. Ferner ist $1 : 3 > 1 : 3\frac{5}{21}$, daher

$1 : (2 + \frac{1}{3}) < 1 : (2 + \frac{1}{3\frac{5}{21}})$ oder $\frac{3}{7} < \frac{68}{157}$, also der 2. Näherungswert kleiner als der gegebene Bruch und so fort jeder 3., 5., 7. etc. Näherungsbruch größer, jeder 4., 6., 8. etc. Näherungswert dagegen kleiner als der vorliegende Bruch. Aus der Entstehung der Näherungsbrüche folgt, dass Zähler und Nenner eines jeden dersel-

ben relative Primzahlen sind. Hier mögen noch folgende Sätze angeführt werden, deren Wahrheit aus obigem Beispiele ersehen, erst später aber allgemein erwiesen werden kann. Der Unterschied zwischen dem gegebenen Bruch und einem Näherungswert ist kleiner als ein Bruch, dessen Zähler 1 und dessen Nenner das Produkt aus den Nennern dieses und des nächst folgenden Näherungsbruchs ist; aber gröfser als ein Bruch, dessen Zähler 1 und dessen Nenner das Produkt aus dem Nenner dieses Näherungswerts und der Summe desselben und des nächstfolgenden Nenners ist. Z. B.

$$\frac{68}{157} - \frac{3}{7} < \frac{1}{7 \cdot 30} = \frac{1}{210}; \quad \frac{68}{157} - \frac{3}{7} > \frac{1}{7 \cdot (7+30)} = \frac{1}{259}.$$

Ferner ist jeder Näherungswert dem gegebenen Bruch näher als jeder andere Bruch mit kleinerem Nenner und zwischen je zwei zunächst auf einander folgenden Näherungsbrüchen liegt kein dem vorliegenden sich mehr nähernder Bruch, dessen Nenner gleich oder kleiner ist als der gröfsere Nenner jener beiden Näherungswerte.

Sollen z. B. die Näherungswerthe von $\frac{5851}{6665}$ gefunden werden, so verfährt man in folgender Weise:

$$\begin{array}{r} 1, 7, 5, 3, 8, 6 \\ 5851 \overline{) 6665} \quad 1 \quad 7 \quad 5 \quad 3 \quad 8 \quad 6 \\ 153 \overline{) 814} \quad 1 \quad 7 \quad 36 \quad 3 \cdot 36 + 7 = 115 \quad 956 \quad 5851 \\ 6 \overline{) 49} \quad 1' \quad 8' \quad 41' \quad 3 \cdot 41 + 8 = 131' \quad 1089' \quad 6665' \end{array}$$

$$\text{Dabei ist } 1 > \frac{36}{41} > \frac{956}{1089} > \frac{5851}{6665} > \frac{115}{131} > \frac{7}{8} \text{ und}$$

$$\frac{36}{41} - \frac{5851}{6665} < \frac{1}{41 \cdot 131} = \frac{1}{5371}, \quad \frac{36}{41} - \frac{5851}{6665} > \frac{1}{41 \cdot (41+131)} = \frac{1}{7052}.$$

§ 70.

Aufgaben.

1. Vereinfache folgende Brüche auf die erste Art des § 69:

$$1226) \frac{3674}{5829} \quad 1227) \frac{13487}{35762} \quad 1228) \frac{257}{8349} \quad 1229) \frac{9523}{11436} \quad 1230) \frac{72568}{80413}$$

$$1230) \text{ a. } \frac{3581}{4490} \quad \text{b. } \frac{4805}{7532} \quad \text{c. } \frac{6482}{8973} \quad \text{d. } \frac{1573}{2816} \quad \text{e. } \frac{48957}{55872} \quad \text{f. } \frac{63107}{89634}$$

$$1231) \frac{51805}{90725} \quad 1232) \frac{1623489}{1884674} \quad 1233) \frac{8476}{119637} \quad 1234) \frac{14625}{124736}!$$

2. Gib folgenden Brüchen den beigesetzten Nenner:

$$1235) \frac{47}{61}, 12 \quad 1236) \frac{69}{85}, 16 \quad 1237) \frac{103}{116}, 18 \quad 1238) \frac{183}{257}, 24$$

$$1239) \frac{395}{538}, 30 \quad 1240) \frac{487}{625}, 32 \quad 1241) \frac{524}{709}, 36 \quad 1242) \frac{1163}{1270}, 48$$

$$1243) \frac{2186}{3497}, 60 \quad 1244) \frac{2375}{2986}, 72 \quad 1245) \frac{3183}{4096}, 80 \quad 1246) \frac{2483}{3650}, 100!$$

3. Suche die Näherungswerte folgender Brüche:

$$1247) \frac{179}{250} \quad 1248) \frac{303}{340} \quad 1249) \frac{270}{385} \quad 1250) \frac{375}{572} \quad 1251) \frac{281}{617}$$

$$1251) \text{ a. } \frac{291}{425} \quad \text{b. } \frac{407}{560} \quad \text{c. } \frac{517}{640} \quad \text{d. } \frac{451}{676} \quad \text{e. } \frac{1093}{1624} \quad \text{f. } \frac{943}{1785}!$$

$$1252) \frac{529}{864} \quad 1253) \frac{759}{1000} \quad 1254) \frac{1024}{1225} \quad 1255) \frac{1177}{1305} \quad 1256) \frac{1375}{1728}$$

$$\begin{array}{llll}
 1257) \frac{722}{2245} & 1258) \frac{3199}{3849} & 1259) \frac{1815}{3853} & 1260) \frac{1747}{7178} \\
 1261) \frac{10199}{11457} & 1262) \frac{6711}{15055} & 1263) \frac{6481}{32834} & 1264) \frac{13343}{51188} \\
 & & & 1265) \frac{35284}{66431}!
 \end{array}$$

12. Von den zusammengesetzten Brüchen und Ausdrücken, in welchen die vier Spezies vereint vorkommen.

§ 71. Sind Zähler und Nenner eines Bruchs selbst wieder Brüche oder gemischte Zahlen, so wird derselbe ein zusammengesetzter oder Bruchsbruch genannt. Hier werden Zähler und Nenner nach den bisher entwickelten Regeln behandelt, so daß zuletzt ein Bruch oder eine gemischte Zahl durch jenen oder diese zu dividieren ist. Als Regel gilt, die erhaltenen Produkte erst nach vollständig durchgeführter Vereinfachung auszurechnen. Betreffs zusammengesetzter Ausdrücke wird in Bezug auf die Aufeinanderfolge der Operationen und Behandlung der Klammern auf § 23 verwiesen. Z. B.

$$\begin{array}{l}
 1. \frac{15}{16} \cdot 11\frac{1}{5} : (18\frac{3}{4} : 10\frac{5}{12}) = \frac{15}{16} \cdot \frac{56}{5} : (\frac{75}{4} \cdot \frac{125}{12}) = \frac{3}{2} \cdot 7 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{5} = 5\frac{5}{6}. \\
 2. [19\frac{1}{2} : (16\frac{1}{3} : 5\frac{5}{6})] : [6\frac{3}{4} : (33\frac{1}{3} \cdot 2\frac{7}{10})] = [\frac{39}{2} : (\frac{49}{3} \cdot \frac{6}{35})] : [\frac{27}{4} : (\frac{441}{13} \cdot \frac{27}{10})] \\
 = (\frac{39}{2} \cdot \frac{5}{14}) : (\frac{27}{4} \cdot \frac{18}{441} \cdot \frac{10}{27}) = \frac{39 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 441}{28 \cdot 13 \cdot 10} = 94\frac{1}{2}. \\
 3. (9\frac{1}{2} - 26\frac{13}{16} : 9\frac{8}{15} + 6\frac{1}{4}) : 8\frac{1}{19} \cdot 5\frac{10}{17} + 9\frac{5}{8} - 47\frac{11}{12} + 8\frac{17}{24} : 4\frac{13}{30} \\
 26\frac{13}{16} : 9\frac{8}{15} = \frac{429}{16} \cdot \frac{15}{143} = 2\frac{13}{16}; 8\frac{1}{19} \cdot 5\frac{10}{17} = \frac{153}{19} \cdot \frac{95}{17} = 45 \\
 8\frac{17}{24} : 4\frac{13}{30} = \frac{209}{24} \cdot \frac{30}{133} = \frac{11}{4} \cdot \frac{5}{7} = 1\frac{27}{28}, 9\frac{1}{2} + 6\frac{1}{4} = 15\frac{3}{4} \\
 (15\frac{3}{4} - 2\frac{13}{16}) : (54\frac{5}{8} - 47\frac{11}{12}) + 1\frac{27}{28} = 12\frac{15}{16} : 6\frac{17}{24} + 1\frac{27}{28} \\
 = \frac{207}{16} \cdot \frac{24}{161} + 1\frac{27}{28} = 1\frac{13}{14} + 2 - \frac{1}{28} = 3\frac{25}{28}.
 \end{array}$$

§ 72. Aufgaben über Multiplikation und Division der Brüche.

$$\begin{array}{lll}
 1266) 147 \cdot 3\frac{7}{8} : 43\frac{2}{5} & 1267) 247 \cdot 12\frac{5}{6} : 52\frac{1}{4} & 1268) 25 \cdot 13\frac{5}{7} : 12\frac{4}{13} \\
 1269) 3\frac{5}{9} \cdot 24 : 11\frac{7}{11} & 1270) 19\frac{9}{13} \cdot 69 : 61\frac{1}{3} & 1271) 36\frac{4}{15} \cdot 195 : 61\frac{7}{18} \\
 1272) 67\frac{1}{2} \cdot 82\frac{2}{3} : 155 & 1273) 40\frac{8}{17} \cdot 41\frac{7}{16} : 129 & 1274) 68\frac{5}{6} \cdot 27\frac{5}{8} : 63\frac{11}{12} \\
 1275) 59\frac{2}{5} \cdot 82\frac{1}{7} : 28\frac{1}{9} & 1276) 20\frac{9}{16} : 150\frac{2}{5} \cdot 132\frac{4}{7} & 1277) 1866\frac{2}{3} : 191\frac{1}{5} : 43\frac{3}{4} \\
 1278) 104\frac{11}{16} : 46\frac{9}{10} : 18\frac{3}{4} & 1279) 43\frac{11}{18} \cdot 87\frac{7}{8} : 95 & 1280) 32\frac{1}{12} \cdot 68\frac{7}{15} : 50\frac{1}{20} \\
 1281) 18\frac{26}{27} : 57\frac{7}{24} \cdot 103\frac{1}{8} & 1282) 2919\frac{7}{12} : 81\frac{5}{16} : 22\frac{7}{19} \\
 1283) 733\frac{1}{18} : (93\frac{3}{14} \cdot 14\frac{14}{27}) & 1284) 93\frac{7}{13} : 74\frac{16}{17} \cdot 54\frac{1}{19} \\
 1285) 3144\frac{1}{6} : 7\frac{6}{7} : 38\frac{1}{9} & 1286) 355\frac{3}{10} : (7\frac{11}{12} \cdot 12\frac{7}{15}) \\
 1287) 88\frac{23}{24} : (41\frac{7}{40} : 17\frac{26}{35}) & 1288) 3953\frac{7}{9} : (18\frac{2}{7} \cdot 37\frac{1}{15}) \\
 1289) 172\frac{9}{10} : (1134\frac{7}{15} : 10\frac{7}{18}) & 1290) 855\frac{9}{14} : (973\frac{16}{21} : 15\frac{4}{21}) \\
 1291) 163\frac{9}{13} : (889\frac{7}{17} : 7\frac{2}{19}) & 1292) 8\frac{3}{4} \cdot 40\frac{5}{6} : 1572\frac{1}{12} \cdot 28\frac{3}{5} \\
 1293) 44\frac{1}{3} \cdot 41\frac{2}{5} \cdot 23\frac{1}{8} : 1077\frac{14}{15} & 1294) 9\frac{6}{7} \cdot 5\frac{5}{11} : 73\frac{13}{14} \cdot 91\frac{7}{16}
 \end{array}$$

- 1295) $25\frac{7}{10} : 18\frac{2}{15} \cdot 114\frac{10}{27} : 14\frac{5}{18}$ 1296) $73612\frac{4}{5} : 5\frac{11}{12} : 7\frac{1}{9} \cdot 6\frac{3}{13}$
 1297) $213\frac{9}{14} \cdot 71\frac{11}{12} : (47\frac{10}{21} : 13\frac{5}{18})$ 1298) $146797\frac{17}{36} : 16\frac{1}{4} : (23\frac{3}{9} \cdot 32\frac{5}{12})$
 1299) $88\frac{2}{9} : 62\frac{3}{4} : (47\frac{16}{25} : 31\frac{3}{8})$ 1300) $118\frac{7}{10} : (174\frac{7}{12} \cdot 113\frac{7}{10} : 195\frac{8}{15})$
 1301) $74\frac{4}{5} : (155\frac{5}{6} : 46\frac{6}{7} : 53\frac{1}{8})$ 1302) $76\frac{3}{2} : 23\frac{15}{28} : 85\frac{9}{40} \cdot 37\frac{23}{35}$
 1303) $20\frac{12}{17} \cdot 51\frac{14}{19} : (16\frac{16}{21} \cdot 40\frac{3}{24})$ 1304) $24\frac{8}{9} : [79\frac{17}{33} : (22\frac{4}{11} \cdot 64\frac{7}{15})]$
 1305) $\frac{68\frac{3}{5} \cdot 108\frac{4}{9} \cdot 9\frac{7}{12} \cdot 44\frac{7}{16}}{26\frac{5}{6} \cdot 14\frac{7}{10} \cdot 13\frac{1}{14} \cdot 32\frac{9}{17}}$ 1306) $\frac{13\frac{1}{6} \cdot 48\frac{9}{10} \cdot 78\frac{6}{11} \cdot 24\frac{5}{14}}{1\frac{9}{16} \cdot 10\frac{13}{15} \cdot 3\frac{13}{22} \cdot 28\frac{12}{35}}$
 1307) $\frac{27\frac{3}{4} : [10\frac{3}{5} : (37\frac{6}{7} : 41\frac{1}{9})]}{16\frac{7}{8} : (4\frac{5}{6} : 7\frac{1}{4}) : 11\frac{2}{5}}$ 1308) $\frac{17\frac{1}{5} \cdot 27\frac{11}{12} : 13\frac{9}{13}}{20\frac{7}{9} : 47\frac{7}{15} \cdot 13\frac{7}{16}}$
 1309) $\frac{52\frac{1}{4} : (18\frac{2}{3} \cdot 41\frac{2}{5})}{49\frac{2}{5} : 49\frac{5}{6} : 22\frac{10}{11}} \cdot 7\frac{17}{25}$ 1310) $\frac{29\frac{1}{4} \cdot 19\frac{3}{7} \cdot 15\frac{5}{8} \cdot 7\frac{2}{3}}{65 \cdot 10\frac{13}{14} \cdot 35 : 4\frac{1}{6}}$
 1311) $\frac{9\frac{20}{21} \cdot 50\frac{3}{8} : 12\frac{7}{9} : 12\frac{1}{3}}{18\frac{1}{12} : 8\frac{9}{22} \cdot 17\frac{9}{14} : 134\frac{1}{6}}$ 1312) $\frac{5\frac{4}{7} \cdot 25\frac{7}{8} : (9\frac{2}{5} : 26\frac{7}{12})}{18\frac{9}{14} : (2\frac{11}{18} \cdot 5\frac{7}{13} \cdot 13\frac{1}{20})}$
 1313) $\frac{1 : 4\frac{9}{10} : (16\frac{9}{13} : 318\frac{4}{15})}{18\frac{5}{12} : [55\frac{1}{8} : (2\frac{8}{17} \cdot 3\frac{9}{14})]}$ 1314) $\frac{236\frac{1}{2} \cdot 21\frac{4}{7} \cdot 15\frac{5}{9} \cdot 3\frac{16}{17} \cdot 4\frac{5}{13}}{3\frac{3}{8} \cdot 43 \cdot 4\frac{11}{14} \cdot 4\frac{4}{9} \cdot \frac{1}{23}}$
 1315) $\frac{11\frac{1}{3} : [27\frac{3}{4} \cdot 5\frac{7}{15} : (13\frac{4}{7} \cdot 10\frac{2}{9})]}{[2\frac{7}{8} : (15\frac{5}{12} : 6\frac{10}{11})] \cdot 4\frac{1}{21} : 24\frac{3}{5}} : 12\frac{2}{9}$
 1316) $\frac{150\frac{1}{2} : [2\frac{1}{6} : (170\frac{2}{3} : 2\frac{1}{4})] : (4\frac{3}{10} \cdot 7\frac{1}{9})}{9\frac{3}{5} : [156\frac{3}{5} : [16\frac{11}{12} : (31\frac{1}{4} : 2\frac{1}{13})]] \cdot 3\frac{11}{15}} : 45.$

§ 73. Aufgaben über die 4 Spezies mit gemeinen Brüchen.

- 1317) Wie groß ist das Produkt aus der Summe und der Differenz der Zahlen a) $112\frac{1}{2}$ und $79\frac{3}{4}$? b) $1037\frac{3}{10}$ und $869\frac{17}{20}$?
 1318) Multipliziere die Summe der Zahlen $11\frac{1}{2}$ und $13\frac{2}{3}$ mit der Differenz von a) $103\frac{1}{4}$ und $87\frac{5}{6}$! b) $76\frac{5}{8}$ und $49\frac{2}{3}$!
 1319) Multipliziere die Summe der Produkte $13\frac{1}{2} \cdot 5\frac{7}{9}$ und $9\frac{3}{4} \cdot 17\frac{11}{13}$ mit $8\frac{1}{3}$ und dividiere das erhaltene Produkt durch $16\frac{4}{5}$!
 1320) Multipliziere die Summe der Zahlen $9\frac{3}{8}$, $17\frac{13}{16}$ und $123\frac{11}{12}$ mit $9\frac{3}{5}$ und subtrahiere vom Produkte $1048\frac{19}{24}$!
 1321) Multipliziere $726\frac{29}{32} - 378\frac{59}{64}$ mit $28\frac{4}{9}$ und ziehe hievon das $3\frac{9}{13}$ -fache der Summe aus $9\frac{5}{12}$, $27\frac{2}{3}$ und $103\frac{3}{4}$ ab!
 1322) $3\frac{1}{4} \cdot (7\frac{1}{2} + 19\frac{2}{3} - 5\frac{3}{4}) + (107\frac{3}{10} - 88\frac{4}{5} + 6\frac{1}{2}) : 16\frac{2}{3}$
 1323) $(47\frac{1}{2} + 101\frac{2}{3} - 9\frac{3}{4}) \cdot 5\frac{4}{5} - (1043\frac{7}{10} - 287\frac{1}{2}) : 6\frac{2}{5}$
 1324) $[13\frac{1}{2} + (41\frac{3}{8} - 29\frac{17}{24}) : 5\frac{1}{4}] \cdot [9\frac{3}{5} \cdot (17\frac{5}{8} + 8\frac{7}{12}) + 147\frac{5}{8}]$
 1325) $(5\frac{1}{2} + 19\frac{3}{4} - 4\frac{2}{3} \cdot 3\frac{5}{7}) \cdot (17\frac{2}{5} : 6\frac{4}{9} + 21\frac{3}{10} - 13\frac{5}{8}) + 24\frac{25}{32}$
 1326) $(17 \cdot 13\frac{2}{5} - 405\frac{1}{3} : 19) \cdot (231 : 12\frac{3}{8} + 9\frac{11}{12} \cdot 11\frac{8}{17}) - 18243\frac{23}{180}$

- 1327) $(24\frac{7}{8} - 15\frac{5}{12} : 9\frac{13}{15} + 6\frac{3}{16}) \cdot (21\frac{7}{20} - 18\frac{13}{16} : 8\frac{23}{24}) - 33\frac{12}{13} \cdot 13\frac{13}{18}$
 1328) $(13\frac{3}{14} : 2\frac{13}{21} + 19\frac{5}{11} - 8\frac{5}{6}) \cdot (22\frac{7}{19} \cdot 15\frac{3}{4} - 281\frac{9}{10}) - 92\frac{16}{27} : 6\frac{17}{18}$
 1329) $(20\frac{4}{5} \cdot 2\frac{7}{8} - 14\frac{4}{7} - 12\frac{4}{5}) : (13\frac{11}{14} + 79\frac{3}{4} : 4\frac{5}{18}) + 7\frac{7}{12} \cdot 4\frac{8}{13}$
 1330) $(18\frac{23}{26} + 2\frac{5}{8} \cdot 4\frac{8}{9} - 13\frac{8}{13} : 9\frac{5}{6}) \cdot (32\frac{11}{12} : 10\frac{8}{15} - 3\frac{8}{11} \cdot 49\frac{1}{4} + 91\frac{9}{40})$
 1331) $(14\frac{5}{28} + 44\frac{12}{19} : 9\frac{29}{38}) : (3\frac{9}{16} \cdot 15\frac{1}{9} - 47\frac{1}{6}) - 40\frac{5}{12} : 25\frac{13}{15}$
 1332) $(13\frac{4}{5} \cdot 8\frac{4}{7} - 101\frac{1}{14} : 21\frac{10}{13}) : (29\frac{5}{8} : 22\frac{4}{7} + 6\frac{9}{16} \cdot \frac{13}{15}) + 1\frac{2}{7} \cdot 2\frac{13}{14}$
 1333) $(85\frac{3}{4} + 7\frac{1}{4} \cdot 5\frac{2}{5} - 101\frac{1}{2}) : (73\frac{1}{6} - 62\frac{2}{9} : 7\frac{3}{11} - 47\frac{5}{18}) + 4\frac{3}{20}$
 1334) $133\frac{5}{6} : 11\frac{3}{13} - (11\frac{7}{8} - 197\frac{1}{2} : 22\frac{4}{7} + 7\frac{29}{40}) : (10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5} - 94\frac{1}{4} : 24\frac{1}{6})$
 1335) $(17\frac{9}{16} - 18\frac{13}{24} : 4\frac{22}{39}) \cdot (6\frac{5}{6} \cdot 8\frac{7}{9} + 4\frac{23}{27}) - 8\frac{13}{15} : 27\frac{5}{12} : (1 : 14\frac{16}{19})$
 1336) $[(17\frac{8}{9} - 29\frac{5}{12} + 291\frac{3}{5} : 20\frac{1}{4}) \cdot 8\frac{44}{47} - 58\frac{8}{15} : 16\frac{23}{26}] : 31\frac{2}{25}$
 1337) $(109\frac{2}{3} - 257\frac{3}{4} + 238\frac{1}{2}) \cdot (67\frac{3}{8} - 52\frac{39}{40}) : [6\frac{13}{29} : (45\frac{5}{6} : 42\frac{11}{17})]$
 1338) $35\frac{5}{14} : 5\frac{5}{21} + (9\frac{9}{16} \cdot 5\frac{17}{27} - 28\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3}) \cdot (18\frac{3}{8} \cdot 9\frac{4}{7} - 237\frac{5}{12} : 2\frac{7}{15})$
 1339) $56\frac{9}{13} : [155\frac{1}{6} - (19\frac{4}{7} + 26\frac{3}{5}) \cdot 3\frac{12}{101}] - (270\frac{2}{9} : 19 - 5\frac{7}{8}) : 125\frac{5}{24}$
 1340) $140\frac{3}{7} \cdot (12\frac{4}{5} + 36\frac{3}{4} \cdot 6\frac{4}{7} + 189\frac{2}{3}) : 36\frac{14}{15} + 1 : (58\frac{1}{2} - 52\frac{31}{38})$
 1341) $7\frac{3}{5} + 20\frac{14}{23} \cdot (28\frac{1}{5} \cdot 6\frac{5}{9} - 883\frac{7}{16} : 96\frac{3}{8} - 167\frac{4}{15}) : 4\frac{11}{17}$
 1342) $[(17\frac{8}{9} - 29\frac{5}{12} + 291\frac{3}{5} : 20\frac{1}{4}) \cdot 8\frac{44}{47} - 58\frac{8}{15} : 16\frac{23}{26}] : 31\frac{2}{25} + 14\frac{2}{7}$
 1343) $(12\frac{2}{3} \cdot 4\frac{9}{19} - 42\frac{4}{5}) : (13\frac{7}{11} + 7\frac{7}{8} : 6\frac{7}{11} - 22\frac{3}{11} : 11\frac{4}{13}) + 8\frac{214}{235}$
 1344) $(191\frac{2}{3} : 9\frac{1}{5} - 17\frac{1}{6}) \cdot (8\frac{7}{12} - 23\frac{1}{4} : 8\frac{6}{7}) + 2\frac{19}{20} \cdot 4\frac{13}{18}$
 1345) $(54\frac{11}{14} \cdot 9\frac{25}{26} + 34\frac{17}{38} : 1\frac{3}{19}) : 10\frac{61}{109} - (15\frac{3}{16} \cdot 8\frac{4}{9}) : 3\frac{3}{8}$
 1346) $[23\frac{1}{2} + 40\frac{5}{11} \cdot (230\frac{5}{54} : 48\frac{11}{18} - 48\frac{5}{12} \cdot 6\frac{34}{35} + 362\frac{1}{2})] : 21\frac{7}{13}$
 1347) $8\frac{39}{47} \cdot [2323\frac{1}{5} : 27\frac{9}{40} - (12\frac{13}{24} \cdot 6\frac{22}{35} + 94\frac{5}{9} : (39\frac{3}{7} \cdot 21\frac{7}{12}))]$
 1348) $(78\frac{1}{6} : 13\frac{2}{5} - (68\frac{5}{7} \cdot 23\frac{2}{13} - 1589\frac{5}{12})) \cdot (31\frac{17}{24} \cdot 3\frac{6}{11} - 57\frac{1}{4}) \cdot 2\frac{14}{25}$
 1349) $(363\frac{29}{80} - 25\frac{5}{16} \cdot 22\frac{19}{27}) : [(43\frac{7}{10} - 627\frac{1}{4} : 34\frac{13}{28}) \cdot 7\frac{8}{17} - 11\frac{7}{8} \cdot 13\frac{16}{19}]$
 1350) $\frac{42\frac{1}{2} + 16\frac{4}{9} \cdot 19\frac{7}{8} - 324\frac{1}{12} + \frac{75\frac{3}{7} \cdot 21\frac{10}{11}}{23\frac{13}{16} : 26\frac{17}{20}}}{76\frac{3}{5} - 58\frac{2}{3} + 145\frac{5}{6} : 26\frac{11}{14}} - 169\frac{47}{56}$
 1351) $\frac{17\frac{11}{14} \cdot 21\frac{14}{15} - 179\frac{3}{10} + 59\frac{5}{8} : 22\frac{1}{12} + \frac{83\frac{1}{4} \cdot 26\frac{3}{7}}{15\frac{10}{19} : 26\frac{2}{9}}}{68\frac{11}{18} + 6\frac{8}{9} : 25\frac{5}{6} - 52\frac{2}{3} \cdot \frac{31}{60}} + 18\frac{63}{100}$
 1352) $\frac{61\frac{1}{2} : 16\frac{2}{5} + 21\frac{7}{10} \cdot 10\frac{5}{21} - 156\frac{1}{3} : 20\frac{8}{13} + \frac{21\frac{8}{13} : (1 : 739)}{1478 \cdot 76\frac{5}{6}}}{98\frac{3}{4} : 17\frac{5}{9} - 80\frac{5}{6} : 27\frac{5}{7} + 20\frac{1}{11} \cdot 12\frac{5}{17}}$
 1353) $\frac{1189\frac{31}{36} - 145\frac{1}{4} : 74\frac{7}{10} - 61\frac{5}{6} \cdot 17\frac{3}{14}}{57\frac{1}{12} : 25\frac{11}{16} - 12\frac{1}{8} \cdot 27\frac{8}{9} + 339\frac{13}{18}} - \frac{(72\frac{1}{2} - 58\frac{3}{4}) \cdot \frac{8}{11}}{139\frac{6}{7} : (19\frac{2}{3} + 27\frac{4}{5})}$
 1354) $\frac{25\frac{8}{19} \cdot 37\frac{2}{5} : 15\frac{1}{6} - \frac{142\frac{1}{5} + 61\frac{5}{6} : 29\frac{4}{9}}{7\frac{5}{7} \cdot 7\frac{7}{8} - 167\frac{1}{2} : 20\frac{1}{10}} + \frac{22\frac{7}{17} : 11\frac{1}{4}}{16\frac{14}{15} : 26\frac{4}{5}}}{50\frac{3}{5} : (8\frac{16}{17} : 9\frac{9}{13})}$
 1355) $\frac{212\frac{5}{8} + 161\frac{2}{3} : 29\frac{1}{10} - 107\frac{49}{72}}{207\frac{7}{12} + 128\frac{7}{36} - 64\frac{5}{9} : 15\frac{1}{11}} - \frac{80\frac{1}{10} : 333\frac{3}{4}}{32\frac{25}{26} : 10\frac{7}{78}} + \frac{12\frac{5}{17} \cdot 32\frac{1}{3}}{23\frac{2}{21} : 11\frac{14}{19}}$

- 1356) $\frac{92\frac{3}{8} - 10\frac{1}{2} \cdot 7\frac{2}{3} + 34\frac{7}{12} : 16\frac{3}{5} + 30\frac{5}{14} \cdot (83\frac{3}{4} - 76\frac{2}{5} \frac{5}{2})}{10\frac{5}{18} \cdot 14\frac{1}{2} \frac{9}{5} - 105\frac{4}{60} - 161\frac{2}{3} : 17\frac{7}{11} + (193\frac{1}{2} \frac{9}{1} - 128\frac{1}{3}) : 17\frac{4}{2} \frac{5}{5}}$
- 1357) $\frac{(69\frac{2}{3} + 60\frac{5}{9} : 27\frac{3}{8} - 54\frac{7}{18}) \cdot 9\frac{1}{7} + 28\frac{4}{13} : 35\frac{5}{17} \cdot 4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{19}}{43\frac{8}{9} : (15\frac{1}{15} \cdot 14\frac{1}{4} - 283\frac{7}{20} + 95\frac{4}{5}) + 10\frac{1}{2} \frac{3}{4} : 14\frac{7}{16} : (25\frac{6}{19} : 33\frac{8}{25})}$
- 1358) $\frac{19\frac{3}{8} + 55\frac{7}{12} : 7\frac{1}{4} - (23\frac{1}{2} + 57\frac{1}{12} : 18\frac{4}{15}) \cdot 23\frac{1}{9} \cdot 13\frac{3}{11} : 5\frac{8}{13}}{49\frac{1}{3} : (43\frac{8}{11} : 22\frac{1}{8}) - 10\frac{1}{16} \cdot 20\frac{4}{7} - 15\frac{2}{7} \frac{9}{7} \cdot 7\frac{2}{3} \frac{3}{4} : 7\frac{5}{6} : 35\frac{1}{2}}$
- 1359) $\frac{39\frac{2}{3} \cdot (15\frac{2}{5} - 182\frac{3}{5} : 69\frac{1}{6})}{6\frac{5}{12} \cdot 15\frac{3}{10} \cdot (25\frac{3}{2} : 11\frac{3}{3} - 1\frac{3}{60})} \cdot \frac{16\frac{1}{8} \cdot 40\frac{1}{8} : (78\frac{3}{5} - 27\frac{1}{4})}{7\frac{1}{2} \frac{9}{4} \cdot 16\frac{7}{13} : (5\frac{4}{15} : 3\frac{1}{17})}$
- 1360) $9\frac{2}{5} \frac{2}{5} : \frac{[(84\frac{1}{6} - 63\frac{3}{4}) \cdot 15\frac{3}{5} + 27\frac{5}{8}] : 29\frac{7}{12}}{127\frac{1}{14} : (19\frac{2}{3} + 8\frac{4}{7}) + (23\frac{8}{15} - 14\frac{9}{10}) \cdot 1\frac{8}{37}} + 1 : 6\frac{6}{7}$
- 1361) $\frac{19\frac{3}{5} + 26\frac{1}{4} - 207\frac{1}{2} \frac{1}{7} : 16\frac{1}{3} + 135\frac{1}{2} \frac{3}{4} - 89\frac{3}{8} + 37}{393 : 16 - 12\frac{1}{2} \cdot 3\frac{5}{9} + 6\frac{1}{18} + 34\frac{1}{6} + 840}$
- 1362) $\frac{(17\frac{3}{10} + 29\frac{1}{15}) \cdot 107\frac{1}{17} : 4\frac{9}{13} - 19\frac{1}{9} - 22\frac{1}{12} : 9\frac{1}{16}}{(34\frac{5}{6} - 32\frac{1}{3} : 13\frac{1}{2} \frac{7}{8}) : (11\frac{9}{13} \cdot 6\frac{2}{3} \frac{9}{2}) - 245 - 7\frac{2}{7} \cdot 31\frac{8}{9}}$
- 1363) $13\frac{1}{2} \cdot \frac{11\frac{2}{13} \cdot (81\frac{5}{60} : 307\frac{7}{16} + 30\frac{1}{2}) - 416\frac{2}{9}}{519\frac{1}{6} : [6\frac{3}{10} \cdot (38\frac{1}{2} \frac{3}{4} - 38\frac{1}{8} : 26\frac{1}{7})]} \cdot \frac{19\frac{5}{21} : 18\frac{1}{2} \frac{1}{8} + 32\frac{4}{60}}{94\frac{1}{6} : (24\frac{3}{4} + 17\frac{5}{8})}$
- 1364) $\frac{11\frac{5}{7} \cdot 13\frac{2}{30} + (38\frac{5}{8} - 50\frac{1}{4} : 44\frac{2}{3}) \cdot 19\frac{2}{5} \frac{2}{5} : 106\frac{1}{2}}{4\frac{3}{8} \frac{5}{5} : [(15\frac{5}{12} \cdot 8\frac{4}{15} - 94\frac{1}{18}) : (34\frac{4}{5} : 6\frac{9}{13})]} \cdot (\frac{4\frac{8}{17} \cdot 31\frac{4}{11}}{42\frac{5}{7} : 27\frac{5}{8}} - \frac{49\frac{7}{32}}{40\frac{5}{48}}).$

13. Reduktion benannter Brüche.

§ 74. Die Regeln von § 27 und § 28 in Verbindung mit der Bruchrechnung ermöglichen die Lösung der Reduktionsaufgaben in ausgedehnter Weise, da man Teile einer höheren Einheit in niedrigere Einheiten, ferner niedrigere Einheiten in Teile einer höheren Einheit verwandeln und endlich auch solche Aufgaben behandeln kann, bei denen die Reduktionszahl selbst eine gemischte ist.

a) Verwandlung höherer Einheiten in niedrigere.

(Resolvierung.) Beispiele.

1. a. $\frac{5}{6} \frac{7}{4}$ M; wie viel $\mathcal{R}$? b. $\frac{6}{7} \frac{4}{5}$ öst. fl; wie viel kr?

a) $\frac{5}{6} \frac{7}{4} \cdot 100 = \frac{5}{16} \frac{7}{1} \cdot 25 = 89 \mathcal{R}$ ca. b) $\frac{6}{7} \frac{4}{5} \cdot 100 = 64 \cdot 1\frac{1}{3} = 85$ kr ca.

2. $649\frac{2}{9} \frac{6}{60}$ km sind wie viel km, m und mm?

$\frac{2}{9} \frac{6}{60} \cdot 1000 = 263 \cdot (1 + \frac{1}{24}) = 273\frac{2}{3}$ m, $\frac{2}{24} \cdot 1000 = 1000 \cdot (1 - \frac{1}{24}) = 958\frac{1}{3}$ mm, also $649\frac{2}{9} \frac{6}{60}$ km = 649 km 273 m 958 $\frac{1}{3}$ mm.

3. $17\frac{1}{2} \frac{9}{5} \frac{4}{60}$ t; wie viel t, kg u. g? $\frac{1}{2} \frac{9}{5} \frac{4}{60} \cdot 1000 = \frac{1}{6} \frac{4}{4} \frac{3}{1} \cdot 25 = 758\frac{6}{9} \frac{3}{4}$; $(1 - \frac{1}{64}) \cdot 1000 = 984\frac{3}{8}$ g, also 17 t 758 kg 984 g 375 mg.

Aufgaben.

1365) a. $\frac{4}{5} \frac{8}{12}$ t, b. $\frac{5}{6} \frac{3}{4}$ kg, c. $87\frac{6}{8} \frac{9}{7} \frac{2}{5}$ kg; wie viel kg, g und mg?

- 1366) a. $\frac{85}{96}$ Ztr, b. $3\frac{147}{160}$ Ztr, c. $31\frac{73}{80}$ Ztr; wie viel Ztr, $\mathfrak{H}$ u. g?
 1367) a. $8\frac{353}{20}$ km, b. $3\frac{149}{275}$ m, c. $13\frac{17}{64}$ km; wie viel km, m u. mm?
 1368) a. $7\frac{361}{480}$ Ml, b. $\frac{843}{1000}$ Ml, c. $\frac{95}{128}$ Ml; w. v. Ml, km, m u. mm?
 1369) a. $\frac{284}{375}$ qkm, b. $23\frac{487}{625}$ ha, c. $\frac{113}{128}$ qkm; w. v. ha, a u. qm?
 1370) a. $\frac{273}{320}$ a, b. $47\frac{981}{1600}$ qm, c. $\frac{205}{256}$ a; w. v. qm, qcm u. qmm?
 1371) a. $13\frac{61}{75}$ ha, b. $\frac{487}{625}$ ha, c. $9\frac{53}{64}$ ha; wie viel ha, a und qm?
 1372) a. $\frac{599}{750} q^0$, b. $7\frac{49}{64} q^0$, c. $\frac{603}{625} q^0 dc$; wie viel q^0 , q' , q'' u. q''' ?
 1373) a. $\frac{425}{512}$, b. $\frac{175}{256}$, c. $\frac{2864}{3125}$ cbm; wie viel cdm, cem u. cmm?
 1374) a. $\frac{817}{2750} c^0$, b. $\frac{1063}{1280}$, c. $\frac{987}{1024} c^0 dc$; wie viel c' , c'' u. $c''' dc$?
 1375) a. $\frac{105}{176}$ hl, b. $\frac{243}{320}$ hl, c. $\frac{113}{128}$ hl; wie viel l, cem und cmm?
 1376) a. $21\frac{49}{64}$ $\mathcal{M}$, b. $7\frac{169}{250}$ $\mathcal{M}$, c. $367\frac{152}{160}$ $\mathcal{M}$; wie viel $\mathcal{M}$ u. $\mathcal{R}$?
 1377) a. $8\frac{13}{128}$ Doppelkr, b. $191\frac{64}{175}$ Kronen à 10 $\mathcal{M}$; w. v. $\mathcal{M}$ u. $\mathcal{R}$?
 1378) a. $103\frac{59}{80}$ fl, b. $49\frac{175}{216}$ fl, c. $8\frac{69}{125}$ fl; wie viel fl u. kr in Wien?
 1379) a. $23\frac{17}{20}$, b. $109\frac{43}{50}$ Zwzgs à 16 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{R}$; w. v. $\mathcal{M}$ u. $\mathcal{R}$?
 1380) a. $8\frac{61}{72}$ £, b. $37\frac{97}{120}$ £ à 20 $\mathcal{M}$ 40 $\mathcal{R}$; wie viel $\mathcal{M}$ u. $\mathcal{R}$?
 1381) a. $43\frac{51}{64}$ #, b. $102\frac{101}{150}$ # à 5 fl 60 cs; wie viel fl und cs?
 1382) a. $17\frac{42}{65}$ Bll, b. $8\frac{39}{64}$ Bll Papier; wie viel Bll, Rs, Bch u. Bg?
 1383) a. $6\frac{587}{1080}$ Tg, b. $21\frac{601}{720}$ Tg; wie viel Tg, Std, Min u. Sek?
 1384) a. $37\frac{1150}{144}$, b. $109\frac{530}{64}$; wie viel Winkelgrad, Min u. Sek?
 1385) a. $\frac{361}{584}$, b. $\frac{1027}{1168}$, c. $\frac{1369}{1752}$ gem. Jahr; w. v. Tg, Std, Min. etc.
 d. $\frac{425}{576}$, e. $\frac{1063}{1152}$, f. $\frac{1475}{1728}$ Gros sind wie viel Dtz u. Stck?

§ 75. b) Reduktion im engern Sinne.

Beispiele.

1. 71 $\mathfrak{H}$ 125 g; wie viel Ztr? 2. 8931 750 cem; wie viel cbm?
 $71\frac{1}{4} : 100 = \frac{285}{400} = \frac{57}{80}$ Ztr. $893\frac{3}{4} : 1000 = \frac{3575}{4000} = \frac{143}{160}$ cbm.
 3. Wien. 10 fl. 45 kr; wie viel Goldkronen à 15 fl 80 kr?
 $10\frac{9}{20} : 15\frac{4}{5} = \frac{209}{20} \cdot \frac{5}{79} = \frac{209}{316}$ Goldkronen.
 4. London. 2 Qr 9 $\mathfrak{H}$ 12 oz sind wie viel Cwt?
 $12 \text{ oz} = \frac{3}{4} \mathfrak{H}$; $9\frac{3}{4} \mathfrak{H} : 28 = \frac{39}{112}$ Qr; $2\frac{39}{112}$ Qr : 4 = $\frac{263}{448}$ Cwt.

Aufgaben.

- 1386) a. 87 cm 5 mm, b. 3 m 512 mm, c. 9 cm 6 mm; w. v. m?
 1387) 1 km 375 m, 95 km 8 m. 64 m 75 cm; „ „ km?
 1388) 29 km 250 m, 13 km 675 m, 307 km 48 m; „ „ Ml?
 1389) a. 8' 3'' 6''' , b. $14^0 3' 7'' 5'''$, c. 7' 2'' 5''' dc; w.v.dc. Ruten?
 1390) 2 qm 80 qcm, 30 qdm 25 qcm, 8 qm, 500 qcm; wie viel qm?
 1391) 81 a 25 qm, 57 a 92 qm, 7 a 80 qm; „ „ ha?

- 1392) $62q' 37q'' 50q'''$, $6q' 43q'' 25q'''$, $13q' 75q'''dc$; w. v. q^0 ?
 1393) $96edm 250cem$, $8edm 125cem$, $109edm 60cem$; w. v. cbm ?
 1394) $39c' 54c'' 25c'''$, $8c' 500c''$, $247c' 9c'' 750c'''dc$; w. v. c^0 ?
 1395) $3911 875cem$, $861 425cem$, $71 50cem$; wie viel hl ?
 1396) $864 g 375 mg$, $26 g 250 mg$, $8 g 500 mg$; „ „ kg ?
 1397) $98 kg 600 g$, $7 kg 25 g$, $346 kg 80 g$; „ „ t ?
 1398) a. $13 Ztr 43 \text{ Rb}$ $375 g$, b. 287 Rb $250 g$ sind wie viel Ztr ?
 1399) a. $11Std. 33Min. 20Sek$, b. $216Std 45Min$; wie viel $Tage$?
 1400) a. $29\frac{1}{5}$, b. $53\frac{3}{8}$, c. $36\frac{1}{2}$ Tg ; welcher Teil eines gem. Jahrs?
 1401) a. $8^\circ 17' 30''$, b. $43^\circ 36' 15''$, c. $37^\circ 30''$; w. v. $Winkelgrad$?
 1402) a. $237 Dtz 10 Steck$, b. $64 Dtz 6 Steck$ sind wie viel $Groß$?
 1403) a. $6Rs 7Bch 50Bg$, b. $7. 5 25$, c. $4Rs 9Bch 75Bg$; w. v. Bl ?
 1404) a. $1047 \text{ M} 75 \text{ S}$, b. $2163 \text{ M} 50 \text{ S}$; wie viel 20 M-Stücke ?
 1405) a. $308 fl 52\frac{1}{2} kr$, b. $144 fl 31\frac{1}{4} kr$ $S. W.$; wie viel $\text{M} \text{ à } 35 kr$?
 c. $742 fl. 75 kr$, d. $583 fl 40 kr$ $öst.$; wie viel $\text{M} \text{ à } 50 kr$?
 1406) $London$. a. $9 oz 17 dwt 12 gr$, b. $8. 9 12$; wie viel $Tr \text{ Rb}$?
 1407) „ a. $2 Qr 26 \text{ Rb} 11 oz$, b. $4 Qr 12 \text{ Rb} 8 dr$; w. v. Cwt ?
 1408) a. $1 £ 17 s 8 d$, b. $6 £ 13 s 9 d$, c. $12 s 6 d$; wie viel $£$?

§ 76. Vermischte Aufgaben.

$1967 fs 80 cs$; wie viel $£, s, d$ à $25 fs 45 cs$ pr. $£$?

$$1967\frac{4}{5} : 25\frac{9}{20} = \frac{9839}{5} \cdot \frac{20}{509} = \frac{39356}{509} = 77\frac{163}{509} £. \text{ Da nun } \frac{163}{509} \cdot 20 \\ = \frac{3260}{509} = 6\frac{206}{509} s \text{ und } \frac{206}{509} \cdot 12 = \frac{2472}{509} = 4\frac{36}{509} d, \text{ so sind} \\ 1967 fs 80 cs = 77 £ 6 s 5 d \text{ ca.}$$

Anm. Im Resultat kann man den echten Bruch der kleinsten Einheit, welcher kleiner als $\frac{1}{2}$ ist, vernachlässigen: dafür aber 1 setzen, wenn er gleich oder größer als $\frac{1}{2}$ ist. Bei größeren Summen läßt man sogar weniger als die Hälfte der vorletzten kleinsten Einheit weg und nimmt für die Hälfte oder für einen größeren Teil derselben die nächst höhere Einheit.

- 1409) a. $640\frac{1}{2} \text{ Rb}$, b. $327\frac{3}{4} \text{ Rb}$ à $9 \text{ M} 56 \text{ S}$; wie viel M und S ?
 1410) a. $4139 fl 75 cs$, b. $767 fl 50 cs$; wie viel Rb à $5 fl 60 cs$?
 1411) a. $275\frac{1}{2}$, b. $386\frac{3}{4}$ $20 fs$ - $Steck$ à $16 \text{ M} 15 \text{ S}$; w. v. 20 M-Steck ?
 1412) a. $1376 fl 30 kr S. W.$, b. 953 Rb $25 gr$; wie viel M u. S ?
 1413) $1974 fl 50 kr$ sind wie viel M u. S ? ($1 \text{ M} = 50 kr = \frac{1}{2} fl$ ö.)
 1414) a. $137\frac{1}{2} £$, b. $81\frac{3}{4} £$ à $20 \text{ M} 40 \text{ S}$; wie viel M und S ?
 1415) $287 £ 14 s 8 d$; wie viel M u. S à $20 \text{ M} 40 \text{ S}$ pr. $£$?
 1416) a. $194 £ 7\frac{1}{2} s$, b. $217 £ 6 s$; w. v. fs u. cs à $25 fs 40 cs$ pr. $£$?
 1417) a. $163 \$ 50 c$, b. $247 \$ 75 c$; w. v. M u. S à $4 \text{ M} 18 \text{ S}$ pr. $\$$?
 1418) a. $89 fs 75 c$, b. $361 fs 50 c$; w. v. M u. S ? ($4 \text{ M} = 5 fs$.)
 1419) a. $147 \text{ M} 36 \text{ S}$, b. $583 \text{ M} 70 \text{ S}$ sind wie viel fs und cs ?
 1420) a. $319\frac{2}{5}$ $Fünffs$ - $Steck$ à $2 fl 20 kr$; w. v. M à $35 kr$? ($1 fl = 60 kr$.)
 b. $237\frac{3}{4}$, c. $189\frac{7}{10}$ $Zwgs$ - $Steck$ à $16 \text{ M} 25 \text{ S}$; wie viel M ?
 1421) a. $287\frac{1}{2}$ $Imprl.$, b. $193\frac{3}{4}$ $Imprl.$ à $16 \text{ M} 70 \text{ S}$; w. v. M u. S ?
 1422) a. $49\frac{1}{2} £$, b. $103\frac{4}{5} £$ à $20 \text{ M} 40 \text{ S}$; w. v. $20 fs$ - $Steck$ à $16 \text{ M} 20 \text{ S}$?

- 1423) a. $187\frac{1}{2}$ Kronen, b. $129\frac{1}{2}$ Dpplkr; w. v. Halbimprl. à 16 $\mathcal{M}$ 70 $\mathcal{S}$?
 1424) a. $207\frac{1}{2}$ Ldr, b. $139\frac{1}{2}$ Ld'or à 16 $\mathcal{M}$ 60 $\mathcal{S}$; w. v. 20 $\mathcal{M}$ Stücke?
 1425) a. 1345 $\mathcal{M}$, b. 1762 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$; w. v. $\mathcal{S}$ u. c à 4 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$ pr. $\mathcal{S}$?
 1426) a. $123\frac{1}{2}$ Steck, b. $287\frac{1}{2}$ holl. 10 fl Steck à 16 $\mathcal{M}$ 70 $\mathcal{S}$; w. v. $\mathcal{M}$?
 1427) a. $193\frac{1}{2}$ Kronen, b. $87\frac{3}{4}$ Dpplkr.; wie viel £ u. s à 20 $\mathcal{M}$ 35 $\mathcal{S}$?
 c. $187\frac{2}{5}$ " d. $93\frac{1}{2}$ " ; w. v. 20 fs-Steck à 16 $\mathcal{M}$ 25 $\mathcal{S}$?
 1428) Alexandrien. 7 Kant. 30 Okka 325 Drammen Baumwolle
 sind wie viel Kant. à $43\frac{2}{3}$ Okka à 400 Drammen?

14. Addition benannter Brüche.

77.

Beispiele.

1. $27 \text{ qm } 85\frac{1}{2} \text{ qdm} + 39 \text{ qm } 4\frac{7}{8} \text{ qdm} + 50 \text{ qm } 26\frac{2}{3} \text{ qdm} + 147 \text{ qm } 68\frac{5}{8} \text{ qdm} + 392 \text{ qm } 8\frac{5}{6} \text{ qdm} + 258 \text{ qm } 93\frac{4}{5} \text{ qdm}.$
 2. Petersburg. 17 Bkz 3 Pd $15\frac{3}{4} \text{ fl}$ + 28 Bkz 6 Pd $29\frac{1}{2} \text{ fl}$ + 43 Bkz 5 Pd $31\frac{5}{8} \text{ fl}$ + 9 Bkz $8\frac{5}{6} \text{ fl}$ + 8 Pd $36\frac{2}{3} \text{ fl}$ + 31 Bkz 4 Pd $25\frac{7}{12} \text{ fl}.$
- | | | |
|---|---|---------|
| 1) $2785\frac{1}{2} \text{ qdm}$ | 2) 17 Bkz 3 Pd $15\frac{3}{4} \text{ fl}$ | 18 |
| $3904\frac{7}{8} \text{ "}$ | 28 " 6 " $29\frac{1}{2} \text{ "}$ | 12 |
| $5026\frac{2}{3} \text{ "}$ | 43 " 5 " $31\frac{5}{8} \text{ "}$ | 15 |
| $14768\frac{5}{8} \text{ "}$ | 9 " 0 " $8\frac{5}{6} \text{ "}$ | 20 |
| $39208\frac{5}{6} \text{ "}$ | 0 " 8 " $36\frac{2}{3} \text{ "}$ | 16 |
| $25893\frac{4}{5} \text{ "}$ | 31 " 4 " $25\frac{7}{12} \text{ "}$ | 14 |
| <hr/> | <hr/> | |
| $91588\frac{3}{10} \text{ qdm}$ | 130 Bkz 9 Pd $27\frac{2}{3} \text{ fl}$ | 95 |
| $915 \text{ qm } 88 \text{ qdm } 30 \text{ qcm}.$ | 130 Bkz 9 Pd 27 fl | 92 Sol. |

Aufgaben.

- 1429) 6 Grfs $9\frac{7}{12} \text{ Dtz}$ + 13 Grfs $10\frac{1}{2} \text{ Dtz}$ + 29 Grfs $3\frac{1}{4} \text{ Dtz}$ + 8 Grfs $11\frac{2}{3} \text{ Dtz}$ + 17 Grfs $6\frac{5}{6} \text{ Grfs}$ + 24 Grfs $8\frac{3}{4} \text{ Dtz}$ + 18 $\frac{3}{4} \text{ Grfs}.$
 1430) 3 Bll $8\frac{3}{5} \text{ Rs}$ + 12 Bll $4\frac{7}{8} \text{ Rs}$ + 9 Bll $6\frac{1}{2} \text{ Rs}$ + 20 Bll $7\frac{3}{10} \text{ Rs}$ + $9\frac{3}{4} \text{ Rs}$ + 17 Bll $2\frac{5}{12} \text{ Rs}$ + 8 Bll $3\frac{5}{8} \text{ Rs}.$
 1431) 3 km $75\frac{1}{20} \text{ m}$ + 2 km $143\frac{2}{40} \text{ m}$ + 9 km $8\frac{1}{8} \text{ m}$ + 13. $60\frac{7}{10}.$ + 10. $381\frac{6}{100}.$ + $726\frac{1}{125} \text{ m}$ + 4. $17\frac{2}{25}.$ + 7 km $3\frac{1}{200} \text{ m}.$
 1432) $dc 32^{\circ} 5\frac{7}{10}' + 19^{\circ} 8\frac{1}{2}' + 7^{\circ} 4\frac{3}{5}' + 120^{\circ} 9\frac{5}{8}' + 27^{\circ} 6\frac{2}{3}' + 36^{\circ} 3\frac{7}{12}' + 8^{\circ} 2\frac{5}{6}' + 18^{\circ} 7\frac{3}{4}' + 124^{\circ} 9\frac{5}{12}' + 5^{\circ} 8\frac{1}{3}' dc.$
 1433) $ddc 14^{\circ} 10' 9\frac{1}{2}'' + 8^{\circ} 5' 11\frac{2}{3}'' + 23^{\circ} 6\frac{3}{8}'' + 11' 10\frac{3}{8}'' + 32^{\circ} 8' 4\frac{5}{6}'' + 17^{\circ} 2' 8\frac{5}{8}'' + 4^{\circ} 9' 10\frac{5}{12}'' ddc.$
 1434) $27 \text{ qm } 69\frac{2}{5} \text{ qdm} + 8. 41\frac{1}{4}. + 17. 3\frac{1}{25}. + 31. 50\frac{3}{4}. + 43. \frac{4}{50}. + 92\frac{1}{25} \text{ qdm} + 77 \text{ qm } 8\frac{3}{50} \text{ qdm} + 9 \text{ qm } 16\frac{1}{2} \text{ qdm}.$
 1435) $23 \text{ ha } 6\frac{1}{2} \text{ a} + 8 \text{ ha } 57\frac{3}{4} \text{ a} + 101 \text{ ha } 39\frac{4}{5} \text{ a} + 93\frac{7}{16} \text{ a} + 4 \text{ ha } 9\frac{1}{20} \text{ a} + 47 \text{ ha } 13\frac{5}{8} \text{ a} + 7 \text{ ha } 71\frac{1}{25} \text{ a} + 23\frac{9}{10} \text{ ha}.$
 1436) $dc 5 \text{ q}^{\circ} 7 \text{ q}' 9\frac{1}{2} \text{ q}'' + 13 \text{ q}^{\circ} 6 \text{ q}' 45\frac{3}{4} \text{ q}'' + 93 \text{ q}' 68\frac{3}{5} \text{ q}'' + 27 \text{ q}^{\circ} 86\frac{9}{10} \text{ q}'' + 19 \text{ q}^{\circ} 5\frac{1}{20} \text{ q}' + 6 \text{ q}^{\circ} 34 \text{ q}^{\circ} 59\frac{5}{8} \text{ q}'' dc.$

- 1437) $9 \text{ cbm } 243\frac{5}{8} \text{ cdm} + 13. 27\frac{9}{20} + 24. 6\frac{17}{500} + 7 \text{ cbm } \frac{1}{250} \text{ cdm}$
 $+ 875\frac{1}{2} \text{ cdm} + 51. 89\frac{3}{50} + 8. 125\frac{3}{40} + 6 \text{ cbm } 27\frac{2}{25} \text{ cdm}.$
- 1438) $\text{dc } 6c^0 72c' 451\frac{1}{2}c'' + 3c^0 892c' 5\frac{3}{4}c'' + 17c^0 5c' 843\frac{5}{8}c''$
 $+ 943c' 67\frac{9}{10}c'' + 8c^0 267\frac{4}{5}c'' + 9c^0 35c' 2\frac{3}{8}c'' \text{ dc}.$
- 1439) $47\frac{1}{2} \text{ fl} + 123\frac{7}{10} \text{ fl} + 9\frac{5}{8} \text{ fl} + 586\frac{7}{12} \text{ fl} + 94\frac{13}{15} \text{ fl} + 78\frac{3}{4} \text{ fl}.$
- 1440) $143\frac{1}{2} \text{ fl} + 768\frac{3}{4} + 1059\frac{7}{10} + 391\frac{13}{20} + 982\frac{4}{5} + 1507\frac{69}{100} \text{ fl}.$
- 1441) $\text{fl } 65\frac{1}{2} + 904\frac{3}{5} + 1026\frac{2}{3} + 487\frac{3}{4} + 809\frac{5}{6} + 616\frac{7}{8} + 1243\frac{11}{12} \text{ fl}.$
- 1442) $27 \text{ hl } 9\frac{1}{2} \text{ l} + 82 \text{ hl } 7\frac{3}{4} \text{ l} + 9 \text{ hl } 14\frac{3}{10} \text{ l} + 50 \text{ hl } 37\frac{4}{5} \text{ l} + 60 \text{ hl}$
 $81\frac{9}{10} \text{ l} + 736\frac{3}{5} \text{ l} + 4 \text{ hl } 13\frac{1}{2} \text{ l} + 31\frac{4}{5} \text{ hl}.$
- 1443) $8 \text{ Ztr } 34\frac{7}{12} \text{ fl} + 15. 87\frac{1}{2} + 23. 9\frac{3}{4} + 92\frac{13}{16} \text{ fl} + 47 \text{ Ztr}$
 $62\frac{5}{8} \text{ fl} + 39. 26\frac{7}{12} + 6. 8\frac{1}{2} + 23 \text{ Ztr } 37\frac{1}{2} \text{ fl} + 19\frac{7}{10} \text{ Ztr}.$
- 1444) $9 \text{ Tg } 13\frac{1}{2} \text{ Std} + 17 \text{ Tg } 20\frac{3}{4} \text{ Std} + 10 \text{ Tg } 7\frac{5}{6} \text{ Std} + 11 \text{ Tg}$
 $17\frac{4}{5} \text{ Std} + 5 \text{ Tg } 9\frac{7}{10} \text{ Std} + 13 \text{ Tg } 21\frac{7}{12} \text{ Std} + 4\frac{5}{6} \text{ Std}.$
- 1445) London. $43 \text{ £ } 17\frac{5}{12} \text{ s} + 8. 9\frac{1}{6} + 127. 14\frac{3}{4} + 0. 18\frac{2}{3}$
 $+ 69. 3\frac{3}{8} + 285. 13\frac{1}{2} + 6. 12\frac{7}{8} + 96 \text{ £ } 12\frac{1}{2} \text{ s} + 36\frac{3}{4} \text{ £}.$
- 1446) $17 \text{ Tr fl } 10 \text{ oz } 15\frac{1}{2} \text{ dwt} + 9 \text{ Tr fl } 13\frac{5}{8} \text{ dwt} + 11 \text{ oz } 18\frac{5}{6} \text{ dwt}$
 $+ 23 \text{ Tr fl } 7 \text{ oz } 9\frac{1}{2} \text{ dwt} + 24 \text{ Tr fl } 5 \text{ oz } 16\frac{3}{4} \text{ dwt} + 14\frac{2}{3} \text{ dwt}.$
- 1447) Ein $2\frac{3}{4} \text{ m}$ langes u. $1\frac{4}{5} \text{ m}$ brt. Spiegelglas erhält einen Rahmen
von $\frac{3}{20} \text{ m}$ Breite. Wie hoch und breit wird der Spiegel?
- 1448) Ein frei fallender Körper legt in der 1^{ten} Sek $4\frac{9}{10} \text{ m}$ zurück
und in jeder folgenden um $9\frac{4}{5} \text{ m}$ mehr als in der vorher-
gehenden. Wie viel Meter beträgt der Fallraum in der 2.,
3., 4. und 5^{ten} Sek und wie hoch ist ein Turm, wenn eine
Kugel in 5 Sekunden von der Spitze auf den Boden fällt?

15. Subtraktion benannter Brüche.

§ 78.

Aufgaben.

- 1449) a. $56 \text{ Grfs } 10\frac{3}{4} \text{ Dtz} - 38. 11\frac{1}{12}$, b. $42. 8\frac{1}{2} - 14 \text{ Grfs } 7\frac{3}{4} \text{ Dtz}.$
- 1450) $34 \text{ Bl } 5 \text{ Rs } 9\frac{2}{5} \text{ Bch} - 19 \text{ Bl } 8 \text{ Rs } 7\frac{4}{5} \text{ Bch Papier}.$
- 1451) a. $43 \text{ m } 61\frac{1}{4} \text{ cm} - 25 \text{ m } 783\frac{1}{2} \text{ mm}$, b) $74 \text{ m } 66\frac{3}{4} \text{ cm} - 56 \text{ m}$
 $27\frac{4}{5} \text{ cm}$ c) $107 \text{ m } 8\frac{1}{2} \text{ cm} - 39 \text{ m } 27 \text{ cm } 8\frac{3}{4} \text{ mm}.$
- 1452) a. $13 \text{ km } 74\frac{5}{8} \text{ m} - 6. 306\frac{1}{2}$, b) $21. 357\frac{3}{4} - 19 \text{ km } 88\frac{5}{8} \text{ m}.$
- 1453) $\text{dc a. } 198^0 6\frac{1}{2}'' - 99^0 7' 8\frac{4}{5}''$, b) $63^0 5\frac{1}{2}' - 29^0 7\frac{3}{4}'' \text{ dc}.$
- 1454) $\text{ddc a. } 45^0 7' 9\frac{1}{2}'' - 27^0 11' 10\frac{7}{8}''$, b) $33^0 8\frac{1}{2}' - 25^0 10\frac{3}{4}'' \text{ ddc}.$
- 1455) a. $81 \text{ ha } 4\frac{7}{10} \text{ a} - 54. 27\frac{4}{5}$, b) $72. 68\frac{1}{2} - 45 \text{ ha } 79\frac{9}{10} \text{ a}.$
- 1456) a. $13 \text{ qkm } 8\frac{1}{2} \text{ ha} - 6. 27\frac{3}{4}$, b) $21\frac{5}{8} \text{ qkm} - 9 \text{ qkm } 8\frac{1}{2} \text{ ha}.$
- 1457) $107 \text{ qm } 4 \text{ qdm } 32\frac{1}{4} \text{ qcm} - 89 \text{ qm } 57 \text{ qdra } 43\frac{7}{8} \text{ qcm}.$
- 1458) $\text{dc } 72 \text{ q}^0 8 \text{ q}' 63\frac{2}{5} \text{ q}'' - 46 \text{ q}^0 59 \text{ q}' 87\frac{3}{4} \text{ q}'' \text{ dc}.$
- 1459) $\text{ddc } 236 \text{ q}^0 74 \text{ q}' 25\frac{1}{2}\frac{3}{4} \text{ q}'' - 89 \text{ q}^0 136 \text{ q}' 77\frac{2}{3}\frac{9}{6} \text{ q}'' \text{ ddc}.$
- 1460) $51 \text{ cbm } 52 \text{ cdm } 361\frac{1}{4} \text{ ccm} - 27 \text{ cbm } 153 \text{ cdm } 584\frac{7}{8} \text{ ccm}.$
- 1461) a. $123 \text{ cbm } 7\frac{1}{2} \text{ l} - 64. 39\frac{3}{4}$, b) $92. 61\frac{2}{5} - 53 \text{ cbm } 72\frac{7}{10} \text{ l}.$

- 1462) a. 93 hl $21\frac{3}{5}$ l — 46. $32\frac{9}{10}$., b) 81. $7\frac{3}{10}$.. — 43 hl $29\frac{4}{5}$ l.
 1463) dc 43 c⁰ 28 c' $659\frac{17}{25}$ c' — 27 c⁰ 964 c' $87\frac{3}{4}$ c' dc.
 1464) a. 57 Ztr $24\frac{1}{2}$ ℔ — 39. $86\frac{7}{8}$., b) 61. $53\frac{1}{2}$ ℔. — 43 Ztr $75\frac{21}{5}$ ℔.
 1465) a. 74 kg $132\frac{1}{2}$ g — 36 kg $277\frac{1}{2}$ g, b) $103\frac{3}{5}$ kg — 54 kg $8\frac{7}{10}$ g, c) 43 Ztr $26\frac{3}{5}$ ℔ — 18 Ztr $79\frac{7}{10}$ ℔.
 1466) a. 105 £ $8\frac{1}{2}$ s — 87. $11\frac{3}{4}$., b) 123. $10\frac{1}{6}$.. — 64 £ $13\frac{5}{6}$ s.
 1467) a. 63 Tg $10\frac{1}{4}$ Std — 29. $21\frac{1}{2}$., b) 41. $7\frac{3}{8}$.. — 30 Tg $19\frac{5}{6}$ Std.
 1468) Wenn der Kreisdurchmesser = 1 m, so ist der Kreisumfang nahe $3\frac{1}{7}$ m oder genauer $3\frac{55}{113}$ m; wie groß der Unterschied?

16. Addition und Subtraktion benannter Brüche.

§ 79.

Aufgaben.

- 1469) Zu einem Güterkomplex wurden gekauft: 9 ha $48\frac{3}{5}$ a, 15 ha $67\frac{1}{2}$ a, 18. $23\frac{7}{10}$., 27. $91\frac{5}{8}$.. und 59 $5\frac{9}{16}$.; verkauft dagegen 12 ha $74\frac{3}{4}$ a, 8. $39\frac{1}{2}$., 24. $18\frac{1}{2}$., 19. $6\frac{5}{8}$.. und 31 ha $57\frac{4}{5}$ a. Wie viel beträgt die Vergrößerung des Guts?
- 1470) Zu einem Baue braucht man in verschiedenen Partien an Steinen: 29 cbm $374\frac{1}{2}$ cdm, 47. $69\frac{3}{4}$., 105. $8\frac{7}{10}$., 83. $621\frac{5}{8}$.. und 92 cbm $73\frac{4}{5}$ cdm. Zu einem anderen sind nötig: 31 cbm $69\frac{3}{10}$ cdm, 58. $124\frac{3}{5}$., 126. $7\frac{9}{10}$., 90. $52\frac{1}{4}$ u. 67 cbm $813\frac{7}{8}$ cdm. Wie viel hat der eine mehr gekostet als der andere?
- 1471) Aus einem Steinbruch wurden gebrochen: dc 27 c⁰ $369\frac{1}{2}$ c', 19. $87\frac{5}{12}$., 38. $91\frac{3}{8}$., 52. $648\frac{1}{2}$., und 8 c⁰ $36\frac{5}{8}$ c'; aus einem zweiten 31 c⁰ $297\frac{1}{16}$ c', 18. $7\frac{5}{8}$., 27. $84\frac{3}{4}$., 49. $753\frac{7}{12}$.. und 6 c⁰ $358\frac{5}{6}$ c' Steine. Wie viel c⁰, c', c' dc Steine hat der eine Steinbruch mehr geliefert als der andere?
- 1472) Aus einem Magazine werden verkauft: 39 hl $57\frac{3}{10}$ l, 102. $8\frac{3}{4}$., 84. $73\frac{4}{5}$., 217. $26\frac{1}{2}$ u. 340. $81\frac{1}{2}$.; dafür gekauft: 61 hl $42\frac{1}{2}$ l, 321. $7\frac{3}{5}$., 184. $69\frac{7}{10}$., 253. $17\frac{3}{4}$ u. 91 hl $54\frac{1}{2}$ l. Um wie viel hl u. l hat der Inhalt des Magazins zugenommen?
- 1473) Aus einem Magazin wurden verkauft: 53 m $75\frac{1}{2}$ cm; 102. $46\frac{7}{10}$.; 9. $82\frac{4}{5}$.; 27. $37\frac{3}{4}$ u. 61. $57\frac{1}{2}$.; dafür gekauft: 87 m $67\frac{1}{2}$ cm; 71. $35\frac{3}{4}$.; 69. $74\frac{3}{5}$.; 124. $83\frac{1}{2}$ u. 52 m $18\frac{7}{10}$ cm. Um wie viel hat der Inhalt des Magazins zugenommen?
- 1474) Aus einem Magazine werden verkauft: 29 qm $7\frac{1}{2}$ qdm, 43. $61\frac{3}{4}$.; 92. $83\frac{2}{5}$., 104. $9\frac{7}{10}$.. und 8. $27\frac{1}{4}$.; dafür gekauft: 76. $93\frac{3}{10}$.; 9. $8\frac{1}{4}$.; 32. $67\frac{3}{5}$.; 17. $42\frac{7}{10}$.. und 24 qm $12\frac{3}{4}$ qdm. Um wie viel hat der Inhalt des Magazins zugenommen?
- 1475) 5 Fässer Tabak wiegen B^{tto} (Tabak und Fafs): Nr. 1: 9 Ztr $23\frac{1}{2}$ ℔, Nr. 2: 8. $87\frac{3}{4}$., Nr. 3: 10. $19\frac{5}{8}$., Nr. 4: 10. $27\frac{5}{6}$.. u. Nr. 5: 9 Ztr $63\frac{7}{12}$ ℔; die Tara (Gewicht der leeren Fässer) beträgt: Nr. 1: $72\frac{3}{4}$ ℔, Nr. 2: $64\frac{1}{2}$., Nr. 3: $70\frac{2}{5}$., Nr. 4:

$68\frac{5}{6}$. und Nr. 5: $63\frac{7}{8}$ fl. . Wie groß ist im ganzen das Bruttogewicht, die Tara und das Nettogewicht?

- 1476) Ein Großhändler kaufte von einer Ware folgende Quantitäten: 13 Ztr $67\frac{1}{2}$ fl. , 9. $27\frac{3}{4}$, 21. $39\frac{7}{16}$, 40. $8\frac{2}{3}$ u. 37 Ztr $89\frac{7}{8}$ fl. . Er verkaufte davon: 25 Ztr $37\frac{9}{16}$ fl. , 18. $92\frac{11}{32}$, 6. $54\frac{3}{8}$, 32. $4\frac{1}{2}$ u. 13 Ztr $72\frac{1}{4}$ fl. . W. v. behält er auf dem Lager?
- 1477) Ein Geschäftsmann hat zu fordern: $\text{M}315\frac{1}{2}$, $629\frac{3}{4}$, $1084\frac{7}{10}$, $91\frac{3}{5}$ und $807\frac{51}{100}$ M. : dagegen schuldet er: $84\frac{1}{2}$, $736\frac{9}{10}$, $452\frac{17}{20}$, $248\frac{70}{100}$ u. $573\frac{18}{25}$ M. . Wie groß ist die Gesamtforderung desselben nach Abzug aller Schulden?
- 1478) Ein Londoner Geschäftshaus übergibt seinem Bankier 843 £ $12\frac{1}{2}$ s, 1027. $13\frac{3}{4}$, 64. $8\frac{2}{3}$, 350. $10\frac{5}{6}$ und 731. $5\frac{1}{12}$ und entnimmt von demselben 914 £ $17\frac{5}{12}$ s, 426. $9\frac{1}{4}$, 93. $11\frac{1}{2}$, 648. $10\frac{5}{6}$ und 207 £ $3\frac{2}{3}$ s. Wie groß ist sein Guthaben?
- 1479) Die wöchentlichen Einnahmen in einem Wiener Geschäfte betrugen: fl $1023\frac{1}{2} + 87\frac{3}{4} + 9\frac{3}{5} + 645\frac{7}{10} + 1854\frac{17}{25} + 9614\frac{3}{50}$ fl, die Ausgaben: fl $743\frac{11}{20} + 1261\frac{13}{25} + 89\frac{3}{10} + 7\frac{4}{5} + 893\frac{3}{4}$ fl. Wie groß ist die Summe a) der Einnahmen? b) der Ausgaben? c) der Ueberschufs jener über diese?

17. Multiplikation benannter Brüche.

§ 80.

Beispiele.

- Wie viel kosten $9\frac{7}{8}$ hl Wein à 275 M. 65 S. ?
- $275 \text{ M. } 65 \text{ S.} \cdot (9\frac{7}{8} = 10 - \frac{1}{8})$
 $\frac{2756 \text{ M. } 50 \text{ S.}}{10}$
 $- 34 \text{ „ } 45\frac{5}{8} \text{ „}$
 $\frac{2722 \text{ M. } 4\frac{3}{8} \text{ S.}}{8}$
 - $14 \text{ M. } 80 \text{ S.} \cdot 13\frac{1}{16}$
 $\frac{192 \text{ M. } 40 \text{ S.}}{13}$
 $12 \text{ „ } 2\frac{1}{2} \text{ „}$
 $\frac{204 \text{ M. } 42\frac{1}{2} \text{ S.}}{16}$
- 7850 kg Weizen à 249 M. 75 S. pr. 1000 kg.
 $249 \text{ M. } 75 \text{ S.} \cdot 7 + (\frac{850}{1000} = \frac{500+250+100}{1000} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{10})$
 $\frac{1748 \text{ M. } 25 \text{ S.}}{10}$
 $124 \text{ „ } 87\frac{1}{2} \dots \frac{1}{2}$
 $62 \text{ „ } 43\frac{3}{4} \dots \frac{1}{4} = \frac{1}{2} : 2$
 $24 \text{ „ } 97\frac{1}{2} \dots \frac{1}{10}$
 $1960 \text{ M. } 53\frac{3}{4} \text{ S.} = 1960 \text{ M. } 54 \text{ S.} \text{ ca.}$

§ 81.

Aufgaben.

- 1480) a. $125\frac{59}{100}$ hl à 12 M. 35 S. . b. $13\frac{109}{150}$ Ztr à 16 M. 60 S. .
- 1481) a. $872\frac{5}{8}$ m à $1\frac{7}{10}$ M. b. $87\frac{1}{2}$ fl. à 1 M. 73 S. .
- 1482) a. $147\frac{5}{12}$ Dtz à $2\frac{1}{2}$ M. . b. $357\frac{11}{16}$ qm à $\frac{13}{20}$ M. .

- 1483) a. $\frac{1}{2}\frac{9}{5}$ Last à 285 $\mathcal{M}$ 90 $\mathcal{S}$. b. $\frac{3}{4}\frac{7}{8}$ $\mathfrak{B}$ D à 52 fl 45 cs.
 1484) a. $13\frac{1}{16}\frac{3}{8}$ $\mathfrak{B}$ $\bigcirc$ à 1349 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$. b. $18\frac{1}{4}\frac{9}{10}$ Bll à 83 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$.
 1485) a. $69\frac{1}{16}\frac{5}{6}$ c' à 1 $\mathcal{M}$ 35 $\mathcal{S}$. b. $84\frac{4}{6}\frac{9}{4}$ Qrs à 30 \$ 68 c.
 1486) a. $\frac{1}{16}\frac{3}{6}$ Ztr à 129 $\mathcal{M}$ 44 $\mathcal{S}$. b. $\frac{1}{12}$ Schffl à 18 fl 80 kr.
 1487) a. $\frac{9}{14}$ Cwt à 35 £ 14 s. b. $\frac{2}{3}\frac{5}{6}$ a à 461 $\mathcal{M}$ 40 $\mathcal{S}$.
 1488) a. $8\frac{2}{3}\frac{3}{2}$ Pd à 24 $\mathfrak{R}^0$ 56 Kop. b. $27\frac{3}{4}\frac{2}{5}$ Cant à 37 £ 65 c.
 1489) a. $81\frac{3}{4}$ kg à 2 fs 65 cs. b. $27\frac{7}{9}$ Pd à 19 $\mathfrak{R}^0$ 48 Kop.
 1490) a. $87\frac{1}{2}\frac{7}{10}$ kg à 3 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$. b. $19\frac{7}{10}$ cbm à 9 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$.
 1491) a. $52\frac{2}{5}$ £ à 20 $\mathcal{M}$ 39 $\mathcal{S}$. b. $137\frac{2}{5}\frac{1}{5}$ \$ à 4 $\mathcal{M}$ 18 $\mathcal{S}$.
 1492) a. $63\frac{1}{2}$ Npln. à 16 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$. b. $89\frac{3}{4}$ Hlbimp. à 16 $\mathcal{M}$ 70 $\mathcal{S}$.
 1493) a. $104\frac{7}{8}$ # à 9 $\mathcal{M}$ 56 $\mathcal{S}$. b. $97\frac{1}{5}$ holl. 10 fl Stek à 16 $\mathcal{M}$ 65 $\mathcal{S}$.
 1494) Wie teuer sind 107 Ztr $82\frac{1}{4}$ $\mathfrak{B}$ à 53 $\mathcal{M}$ 30 $\mathcal{S}$ pr. Ztr.
 1495) Wie teuer sind 129 $\frac{5}{8}$ hl Wein à 82 $\mathcal{M}$ 15 $\mathcal{S}$ pr. hl?
 1496) 238 £ 17 s 9 d à 20 $\mathcal{M}$ 39 $\mathcal{S}$ pr. £ (engl. Sovgns.).
 1497) a. 47 $\mathfrak{B}$ $437\frac{1}{2}$ g D, b. 39 $\mathfrak{B}$ $264\frac{3}{4}$ g D à $89\frac{7}{10}$ $\mathcal{M}$ pr. $\mathfrak{B}$?
 1498) Wie teuer sind a. $37\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ a, b. $1309\frac{3}{4}$ a à 8 $\mathcal{M}$ 24 $\mathcal{S}$?
 1499) Wie teuer sind 19 qm 73 qdm $43\frac{3}{4}$ qcm à 9 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ pr. qm?
 1500) Wie viel Fracht von $1357\frac{5}{8}$ Ztr à 29 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ pr. 20 Ztr?
 1501) Wie groß ist der Umfang eines Rades, das 64 Zähne hat, wenn die Mitten derselben $6\frac{3}{4}$ cm von einander abstehen?
 1502) Wenn der 360^{te} Teil des Kreisumfangs, Grad genannt, $9\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ cm lang ist; wie viel Centimeter misst derselbe?
 1503) Amsterdam. 53 Last $23\frac{3}{5}$ hl à 239 fl 87 cs pr. Last.
 1504) London. 23 Tr $\mathfrak{B}$ 17 dwt 12 gr $\bigcirc$ à 3 £ $17\frac{3}{4}$ s pr. oz.
 1505) Petersburg. 126 Bkz 7 Pd $34\frac{2}{3}$ $\mathfrak{B}$ à 89 $\mathfrak{R}^0$ 54 Kp pr. Bkz.
 1506) Wien. a. Wie teuer sind 149 Ztr $57\frac{5}{8}$ $\mathfrak{B}$ à 38 fl 64 kr pr. Ztr?
 b. Wie viel Fracht von $893\frac{3}{4}$ Ztr à 13 fl 85 kr pr. 20 Ztr?

18. Division benannter Brüche.

§ 82.

Beispiele.

1. 29 Ztr 85 $\mathfrak{B}$ $208\frac{1}{3}$ g kosten 1646 $\mathcal{M}$ 40 $\mathcal{S}$; wie teuer 1 Ztr?
 $208\frac{1}{3}$ g = $208\frac{1}{3} : 500 = \frac{625}{1300} = \frac{5}{12}$, $85\frac{5}{12} : 100 = \frac{41}{48}$ Ztr.
 $1646\frac{2}{5} : 29\frac{41}{48} = \frac{8232}{5} \cdot \frac{48}{1433} = \frac{395136}{7165} = 55\frac{1061}{165} = 55 \mathcal{M}$ 15 $\mathcal{S}$ ca.
 2. Wie oft sind 43 hl $69\frac{1}{2}$ l von 2490 hl $61\frac{1}{2}$ l auszumessen?
 $69\frac{1}{2}$ l = $69\frac{1}{2} : 100 = \frac{139}{200}$ hl; $61\frac{1}{2}$ l = $61\frac{1}{2} : 100 = \frac{123}{200}$ hl
 $2490\frac{123}{200} : 43\frac{139}{200} = \frac{498123}{200} : \frac{8739}{500} = \frac{498123}{8739} = 57$ mal.

§ 83.

Aufgaben.

- 1507) Wie teuer 1 m, wenn $29\frac{3}{4}$ m 103 $\mathcal{M}$ 68 $\mathcal{S}$ kosten?
 1508) " " 1 qm, wenn 37 qm $43\frac{3}{4}$ qdm = 247 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$?

- 1509) Wie teuer 1 cbm, wenn 15 cbm $562\frac{1}{2}$ cdm = 189 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$?
 1510) " " 1 hl, wenn 41 hl $81\frac{1}{4}$ l = 3761 $\mathcal{M}$ 89 $\mathcal{S}$?
 1511) a. $87\frac{1}{2}$ l, b. $162\frac{1}{2}$ l kosten 103 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$; wie teuer 1 hl?
 1512) Wie teuer 1 Ztr, wenn $\frac{2}{3}\frac{9}{2}$ Ztr 53 $\mathcal{M}$ 46 $\mathcal{S}$ kosten?
 1513) 4 Ztr $67\frac{3}{5}$ $\mathcal{H}$ kosten 868 $\mathcal{M}$ 36 $\mathcal{S}$; wie teuer 1 $\mathcal{H}$?
 1514) $29\frac{7}{12}$ Dtz kosten 73 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$; wie teuer 1 Dtz?
 1515) Wie teuer 1 $\#$, wenn $369\frac{1}{2}$ $\#$ = 3547 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$?
 1516) " " 1 Stck, wenn $237\frac{3}{4}$ Stck à 20 fs = 3851 $\mathcal{M}$ 55 $\mathcal{S}$?
 1517) " " 1 Hlbimp, wenn $187\frac{1}{2}$ Stck = 3131 $\mathcal{M}$ 25 $\mathcal{S}$?
 1518) Wien. Wie viel gilt 1 £, wenn $\frac{3}{4}\frac{7}{8}$ £ = 7 fl $86\frac{1}{4}$ kr?
 1519) Wie viel 1 $\mathcal{R}$ S, wenn 427 $\mathcal{R}$ S 65 Kop = 826 fl 80 kr?
 1520) Für 123 fl 75 cs erhält man $433\frac{1}{8}$ m; wie viel um 1 fl?
 1521) 34 Ztr $81\frac{1}{4}$ $\mathcal{H}$ kosten 2063 $\mathcal{M}$ 30 $\mathcal{S}$; wie viel um 1 $\mathcal{M}$?
 1522) Wenn 566 $\mathcal{M}$ $66\frac{2}{5}$ $\mathcal{S}$ = 134 \$ 92 cs; wie viel cs = 1 $\mathcal{M}$?
 1523) Die Fracht für $47\frac{3}{4}$ Ztr kostet 203 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$; wie viel pr. Ztr?
 1524) London. 17 Cwt $92\frac{1}{2}$ $\mathcal{H}$ = 653 £ $16\frac{3}{4}$ s; wie teuer 1 Cwt?
 1525) Wie oft kann man 19 £ $16\frac{3}{4}$ s von 2082 £ $18\frac{3}{4}$ s wegnehmen?
 1526) Wien. Die Fracht für $51\frac{5}{8}$ Ztr kostet $147\frac{3}{4}$ fl; wie viel pr. Ztr?
 1527) Welcher Teil von 289 Bkz 208 $\mathcal{H}$ $60\frac{1}{3}$ Sol sind 165 $\mathcal{H}$ $19\frac{2}{3}$ Sol?
 1528) Zu einem Baue sind 3501 cbm 875 cdm Steine nötig. Wie viel Fuhren à 53 cbm 875 cdm sind hiezu notwendig?
 1529) Wie viel Platten à $13\frac{5}{8}$ qdm für $1021\frac{7}{8}$ qdm Fläche?
 1530) Wie groß 1 Seite 1^{es} regul. 12^{ecks} von $377\frac{1}{2}$ cm Umfang?
 1531) Wie viel Fourniere à $937\frac{1}{4}$ qcm für 14 qm $1524\frac{3}{4}$ qcm Fläche?
 1532) Von A nach B sind $17\frac{1}{2}$ Meilen; wenn nun Jemand stündlich $\frac{5}{8}$ Meilen zurücklegt; wann legt er jene Strecke zurück?

§ 84.

19. Vermischte Beispiele.

1. Welche Zahl muß man zu $21\frac{2}{3}$ addieren, die erhaltene Summe mit $9\frac{1}{15}$ multiplizieren, das entstandene Produkt durch $16\frac{1}{6}$ dividieren und vom Quotienten $17\frac{5}{6}$ abziehen, um $4\frac{5}{6}$ zu erhalten?

$$(4\frac{5}{6} + 17\frac{5}{6}) \cdot 16\frac{1}{6} : 9\frac{1}{15} - 21\frac{2}{3} = 22\frac{2}{3} \cdot 16\frac{1}{6} \cdot \frac{15}{136} - 21\frac{2}{3} = \frac{68}{3} \cdot \frac{97}{6} \cdot \frac{15}{136} - 21\frac{2}{3} = \frac{97 \cdot 5}{12} - 21\frac{2}{3} = 40\frac{5}{12} - 21\frac{2}{3} = 18\frac{3}{4}.$$

2. 960 $\mathcal{H}$ kosten 277 $\mathcal{M}$ 40 $\mathcal{S}$; wie teuer sind 58 Ztr $62\frac{1}{2}$ $\mathcal{H}$?
 Der Preis 1 Ztrs ist: $277\frac{2}{5} : 9\frac{3}{5}$ ($\mathcal{M}$), also der von $58\frac{5}{8}$ Ztr
 $= 277\frac{2}{5} : 9\frac{3}{5} \cdot 58\frac{5}{8} = \frac{1387}{5} \cdot \frac{5}{48} \cdot \frac{469}{8} = \frac{1387 \cdot 469}{384} = 1694 \mathcal{M} 3 \mathcal{S} \text{ ca.}$

3. Ein Behälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden, und zwar durch die 1te Röhre in $2\frac{1}{2}$ Stunden, durch die 2te in $3\frac{2}{3}$ und durch die 3te in $4\frac{2}{5}$ Stunden; in welcher Zeit wird der leere Behälter durch alle 3 Röhren zugleich gefüllt?

Durch die 1te Röhre wird in 1 Stunde: $1 : 2\frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ des Behälters, durch die 2te: $1 : 3\frac{2}{3} = \frac{3}{11}$ tel und durch die 3te: $\frac{5}{22}$ tel des

Behälters gefüllt; entspricht also der Raum des Behälters der Einheit, so erhält man $1 : (\frac{2}{5} + \frac{3}{11} + \frac{5}{22}) = 1\frac{1}{9}$ Std.

Anm. Obschon derartige Aufgaben von der Theorie und Praxis hieher verwiesen werden, so finden dieselben in den meisten Rechenbüchern doch erst nach der Lehre von den Verhältnissen und Proportionen ihre Behandlung, was sich aus einer Verkennung des Wesens der vier Spezies und der hieran unmittelbar sich anschliessenden sog. Schlussrechnung erklären dürfte.

§ 85. Vermischte Aufgaben.

- 1533) $12\frac{1}{2}$ H kosten 7 M 50 S ; wie teuer sind 6 Ztr $87\frac{1}{2}$ H ?
- 1534) 23 Ztr $62\frac{1}{2}$ H kosten 1089 M 75 S ; wie teuer sind $37\frac{1}{2}$ H ?
- 1535) $672\frac{1}{2}$ kg kosten 1163 M 5 S ; wie teuer sind $83\frac{3}{4}$ kg?
- 1536) $17\frac{3}{4}$ m kosten 15 M 97 S ; wie teuer sind $1029\frac{1}{2}$ m?
- 1537) Wie viel Zoll auf 179 Ztr $87\frac{1}{2}$ H à 23 fl 75 kr pr. 10 Ztr?
- 1538) Wie viel Fracht auf 1475 Pd à 3 £ $12\frac{1}{2}$ s pr 120 Pd?
- 1539) Wie viel M u. S = 1987 fs 25 cs, w. 100 fs = 81 M 15 S ?
- 1540) Wie viel fl und cs = 1759 fs 70 cs, wenn 120 fs = 57 fl?
- 1541) Wie viel £ und c = 1843 M 75 S , wenn 5 £ = 4 M ?
- 1542) Für 45 qdm zahlt man 6 M 75 S ; für wie viel 810 M ?
- 1543) Wie viel Fracht von 25 Kisten à $79\frac{1}{2}$ c' zu 18 fl 63 kr pr. 45 c'?
- 1544) Für 3527 M 40 S kauft man $68\frac{7}{10}$ hl; wie viel Hektoliter und Liter für 520 holl. 10 fl-Stücke à 16 M 65 S ?
- 1545) W. v. 20 fs à 16 M 20 S für 9450 kg Wz. à $249\frac{1}{2}$ M pr. 1000 kg?
- 1546) W. v. M u. S für 1875 m, wenn 29 m 50 cm 58 M 50 S kosten?
- 1547) Wie viel £, s u. d kosten 39 Cwt 2 Qr 14 H , wenn 187 Cwt 3 Qr 21 H 1549 \$ 50 cs gelten und 1 \$ = 4 s?
- 1548) Für 745 russ. Hlbimp à 16 M 70 S erhält man 598 engl. Sovgns. und 242 M 30 S . Wie hoch ist 1 £ berechnet?
- 1549) Ein Bankier erhält 87 # à 9 M 69 S , 143 Zwanzigfs-Stek à 16 M 22 S , 205 \$ à 4 M 20 S und 167 holl. 10 fl-Stek à 16 M 67 S ; wie viel 20 M -Stek sind dafür zu geben?
- 1550) Ein Großhändler kauft von einer Ware $(37\frac{3}{8} + 52\frac{1}{2} + 49\frac{3}{4} + 68\frac{2}{5} + 24\frac{7}{10})$ Ztr à 56 M 50 S ; für Fracht, Zoll etc. zahlt er 3 M 70 S pr. Ztr und verkauft obige Quantität um 65 M 75 S pr. Ztr; wie groß ist 1) der gesamte Ein- und Verkaufspreis? 2) der Gewinn am Ztr und 3) im ganzen?
- 1551) In London verkaufte man 567 Ztr 56 H um 8394 £ 12 s mit einem Gewinn von 1 £ $13\frac{1}{2}$ s pr. Cwt; wie groß war der Einkaufspreis a) des ganzen Quantum? von 1 Cwt?
- 1552) A hat 756 M , B $\frac{5}{8}$ von A plus $149\frac{1}{2}$ M , C $2\frac{3}{5}$ mal soviel als B weniger $293\frac{7}{10}$ M u. D $3\frac{7}{11}$ mal soviel als A und B zusammen weniger $648\frac{1}{2}$ M ; wie viel haben B, C u. D einzeln?
- 1553) Welche Zahl muß man zu $27\frac{3}{4}$ addieren, die Summe mit $51\frac{1}{5}$ multiplizieren, das Produkt durch $113\frac{1}{7}$ dividieren und vom Quotienten $13\frac{5}{12}$ abziehen, um $5\frac{1}{4}$ zu erhalten?

- 1554) Wie viel wurde von $47\frac{1}{2}$ Ztr einer Ware verkauft, wenn man $6\frac{1}{4}$ Ztr weniger übrig behielt, als man verkauft hat?
- 1555) Wie groß ist die Summe Geldes, deren 4^{ter}, 7^{ter} und 9^{ter} Teil zusammen genommen 10287 fl beträgt?
- 1556) A kauft von 4 verschiedenen Sorten einer Ware, bez. für den 5^{ten}, 8^{ten}, 12^{ten} und 15^{ten} Teil einer Summe und behält noch $409\frac{1}{2}$ M übrig. Wie groß war jene Summe?
- 1557) A legt alle 3 Std 13 Meilen zurück. $3\frac{3}{4}$ Std nach seiner Abreise macht B auf demselben Wege mit einem Eilzug alle 4 Std 19 Ml. Wann wird A von B eingeholt?
- 1558) A legt alle 5 Stunden $16\frac{1}{2}$ Meilen zurück. Von einem $12\frac{1}{2}\frac{1}{0}$ Meilen rückwärts gelegenen Orte reist B $4\frac{1}{2}$ Stunden nach der Abreise des A mit solcher Geschwindigkeit in derselben Richtung, daß er alle 7 Std $27\frac{2}{3}$ Ml. macht. In wie viel Stunden nach der Abreise des B treffen sie zusammen?
- 1559) Jemand fährt von A nach B alle 4 Std $17\frac{1}{2}$ Ml. 7 Std später reist aus B ein 2^{ter} nach A, der alle 6 Std $28\frac{3}{4}$ Ml macht. Wie lange nach Abreise des 1^{ten} und wie weit von A treffen sie zusammen, wenn A von B $103\frac{2}{4}\frac{3}{4}$ Ml abliegt?
- 1560) 4 gezahnte Räder greifen in einander. Wenn das 1^{te} Rad sich 4mal umdreht, so rotiert das 2^{te} 5mal; dreht sich das 2^{te} 8mal, so rotiert das 3^{te} 6mal; dreht sich das 3^{te} 12mal, so rotiert das 4^{te} 15mal. Wie oftmal wird sich das 4^{te} Rad umdrehen, wenn das 1^{te} eine Umdrehung gemacht hat?
- 1561) Ein Bassin von 2860 c' wird durch 3 Röhren gefüllt. Die 1^{te} gibt $68\frac{1}{4}$ c' in $3\frac{1}{2}$ Std, die 2^{te} $67\frac{1}{3}$ c' in $2\frac{2}{3}$ u. die 3^{te} $127\frac{1}{16}$ c' in $4\frac{3}{4}$ Std. Wann wird es durch alle 3 Röhren gefüllt?
- 1562) Man kauft $17\frac{3}{4}$ Cwt à $2\frac{1}{2}$ s pr. fl ; die Nebenauslagen betragen $\frac{4}{15}$ des Einkaufspreises, die Fracht $2\frac{1}{3}$ £ pr. Ton. Wenn nun noch $140\frac{5}{8}$ M zu entrichten sind; wie viel M und fl hat man im ganzen zu zahlen? (1 £ = 20 M 30 fl .)
- 1563) Für 50 Stck Tuch, die $1498\frac{1}{2}$ m messen, bezahlte man 112 Imprl. à 16 M 75 fl , 175 # à 9 M 70 fl und 1 M 50 fl . Wie hoch kam 1 m im Einkauf zu stehen und wie teuer ist 1 m zu verkaufen, wenn man 223 M gewinnen will?
- 1564) Ein Behälter kann durch 2 Röhren gefüllt und durch die 3^{te} geleert werden; durch die 1^{te} Röhre in $1\frac{2}{3}$, durch die 2^{te} in $2\frac{2}{5}$ und durch die 3^{te} in $2\frac{1}{7}$ Std. Wann wird der leere Behälter gefüllt, wenn alle Röhren benützt werden?
- 1565) Von Kerzen, die 3 Stunden lang brennen, gehen 10 Stück auf 1 fl und von solchen, welche 6 Std brennen, 8 Stück,

Wenn nun von ersteren das fl 77 fl , von letzteren 94 fl kostet; welche Beleuchtung ist die billigere und um wie viel?

- 1566) Aus einem bestimmten Gewichte Garn sollen $392\frac{2}{5}$ m Zeug gefertigt werden. Hiezu fehlen aber 3 fl und es können deshalb nur 378 m geliefert werden, wobei aber $\frac{1}{5}$ fl Garn Rest bleibt. Wie viel fl Garn waren es anfangs?
- 1567) A kauft $23\frac{3}{4}$ Ztr à 29 fl 83 fl und hat noch 109 fl 23 fl für Spesen zu zahlen. Wenn er nun $41\frac{1}{2}$ Ztr à 40 fl pr. fl , den Rest à 36 fl pr. fl verkauft und sich außerdem ein Gewichtsverlust von 68 fl ergibt; wie groß ist der Verlust?
- 1568) Wie groß ist der tägliche Gaskonsum, wenn morgens von 6 bis $7\frac{1}{2}$ Uhr und abends von $4\frac{1}{2}$ bis $7\frac{3}{4}$ Uhr 128 Gasflammen brennen, von denen jede pr. Std. $2\frac{1}{3}$ c' Gas verzehrt?
- 1569) Ein Brett ist 5 m $748\frac{2}{3}$ mm lang und wird durch eine Zirkularsäge in 784 Teile geschnitten. Wenn nun durch jeden Schnitt $\frac{2}{3}$ mm verloren geht; wie breit wird jeder Teil?
- 1570) Eine bayrische Maß hatte 43 c' dc. Rauminhalt; wie viel c' und c' dc. enthielten 21 Eimer 32 Maß? (1 Eim = 64 Mßs.)
- 1571) A gleicht eine Schuld durch Uebersendung von 50 Ztr Hopfen aus, den er à 169 fl 20 fl dahin verkauft. Wenn er nun den Ztr zu 122 fl 25 fl gekauft und 247 fl 80 fl für Spesen bezahlt hat; wie groß ist der Gewinn?
- 1572) Ein Stück ungebleichtes Leinen à $45\frac{1}{2}$ fl kostet 48 fl 75 fl . Wenn nun $9\frac{1}{2}$ fl gebleichtes Leinen 11 fl 13 fl kosten; wie viel beträgt der Bleichlohn des ganzen Stückes?
- 1573) In ein Haus werden 4 neue eiserne Oefen gebraucht. Dieselben wiegen 3 Ztr $45\frac{1}{2}$ fl , 2 Ztr $38\frac{3}{4}$ fl , 4 Ztr $16\frac{1}{4}$ fl und 3 Ztr $17\frac{3}{4}$ fl und kosten 24 fl pr. fl . Für Aufstellen und Schwärzen eines jeden wird 1 fl 88 fl berechnet; wie hoch kommt jeder Ofen und wie hoch sämtliche Oefen, wenn zu jedem derselben noch $2\frac{1}{4}$ m Rohr à 1 fl 56 fl nötig sind?
- 1574) Wenn A vom 20ten Jahre an $\frac{1}{3}$ seiner Lebenszeit verschläft, $\frac{1}{6}$ mit Spielen, $\frac{1}{8}$ mit Essen und Trinken, $\frac{7}{48}$ mit Spazierengehen zubringt und 15 Jahre arbeitet; wie alt ist er?
- 1575) Von 2 Sorten Kaffee zu 113 fl u. 87 fl werden von der 1^{ten} wöchentlich $3\frac{1}{2}$ fl , von der 2^{ten} $2\frac{1}{5}$ fl verbraucht; nach wie viel Wochen ist von beiden Sorten gleich viel vorhanden?
- 1576) Man kauft Pfeffer à 93 fl pr. fl für 69 fl 75 fl , 82 fl Zucker für 63 fl 26 fl und Kaffee à 79 fl pr. fl . Wenn man nun im ganzen 239 fl 76 fl bezahlt; was kostet das fl Zucker und wie viel fl Kaffee und Pfeffer sind es?

- 1577) Es wurden a) eingenommen: 125 Stck à 20 *M*, 94 £ à 20 *M* 35 *ſ*, 163 Npln. à 16. 22., 180 Halbimp. à 16. 70. und 1763 *M* 40 *ſ* in Silber; b) ausgegeben: 87 Dpplkr., 23 £, 49 Npln, 105 Halbimp. und 965 *M* 70 *ſ*. Wie groß ist 1) die ganze Einnahme und Ausgabe? 2) der Kassenbestand?
- 1578) Ein Kaufmann liefert für 58 *M* Kandis à 1 *M* 17 *ſ* pr. *℔*. Da er sich im Preise geirrt, verliert er 2 *M* 12 *ſ*. Wie teuer wäre bei 2 *M* 83 *ſ* Gewinn das *℔* zu geben?
- 1579) Ein silberner Becher kostet 43 *M* 25 *ſ*. Wie viel Silber enthält er, wenn 1 Lt *℔* zu 1 *M* 30 *ſ*, die Façon zu $8\frac{3}{4}$ Lt *℔* und die Legierung zu 45 *ſ* berechnet ist?
- 1580) A erhält $\frac{4}{5}$ Ztr Kaffee und zahlt dafür $57\frac{3}{5}$ *M*; er verkauft davon $27\frac{1}{2}$ *℔*, jedes Pfund zu 1 *M* 48 *ſ*, und den Rest, jedes *℔* zu 1 *M* 56 *ſ*. Wie groß ist der Gewinn?

VI. Von den Decimalbrüchen.

§ 86. Nach dem Zehnersystem erhält jede Ziffer den zehnten Teil ihres Werts, wenn sie um eine Stelle von links nach rechts gerückt wird. Man hat deshalb von der Einerstelle aus nach rechts fortschreitend, die Stellen der Zehntel, Hunderttel, Tausendtel, Zehntausendtel etc., welche vorzugsweise Decimalstellen genannt werden. Von der Stelle der Einer ist die der Zehnteile oder Zehntel durch einen unten beigesetzten kleinen Strich (Decimalkomma) getrennt; z. B. 247,3815. Wie bei den ganzen Zahlen, so bilden auch bei diesen gebrochenen Zahlen (Decimalbrüchen) je 6 Stellen eine Klasse, und zwar von links nach rechts die Klassen der Milliontel, Billiontel, Trilliontel, Quatrilliontel etc. In jeder Klasse hat man, in derselben Richtung fortschreitend, nach je 3 Stellen die Gruppe der Tausendtel, von welcher die 1te Stelle die der Zehntel und die 2te die der Hunderttel ist. Diese Anschauungsweise ist eine Folge der für die Nenner der Decimalbrüche bestehenden Beschränkung und gewährt beim Schreiben derselben den Vorteil, nicht wie bei den gemeinen Brüchen Bruchstrich und Nenner angeben zu müssen. Während nämlich der Nenner eines gemeinen Bruchs jede beliebige ganze Zahl sein kann, so ist der Nenner eines Decimalbruchs stets eine Potenz von 10, also entweder 10 oder 100, 1000, 10000 etc.

1. Numerieren der Decimalbrüche.

§ 87. Es ist nach dem Zehnersystem und der Bruchrechnung:

$$1. \quad 63 \frac{487}{10000} = \frac{630487}{10000} = 63,0487; \text{ d. i. } 63 \text{ Ein. } 487 \text{ Zhntsd. l.}$$

$$2. \quad \frac{9037}{100000} = 0,09037, \text{ d. i. } 9 \text{ Tsd. } 37 \text{ Hdtsd. l.}$$

Jeder unechte Decimalbruch kann ohne weitere Umformung als gemischte Zahl betrachtet und abgelesen werden, wobei sämtliche Ziffern desselben den Zähler des unechten, die dem Decimalkomma folgenden den Zähler des echten Bruchs bilden. Daher wird der Zähler eines Decimalbruchs nach Art der ganzen Zahlen numeriert und der Nenner unter Berücksichtigung des Decimalkommas in folgender einfachen Weise auf Grund des vorigen § gefunden. Man dividire die Anzahl der Decimalstellen durch 6 und erhält Milliontel, Billtl, Trilltl. etc., je nachdem der Quotient bez. 1, 2, 3 etc. wird. Der dabei verbleibende Rest 1, 2 oder 3 gibt überdies bez. Zehntel, Hunderttel oder Tsdtl., der Rest $4 = 1 + 3$ Zehntsdtl. und der Rest $5 = 2 + 3$ Hdtsdtl. der genannten Klassen. Bei

$5 = 2 + 3$ Decimalstellen hat man demnach Hdtsdl.

$10 = 1 \cdot 6 + 3 + 1$ „ „ „ „ „ Zhntsdmilltl.

Wie bei den ganzen Zahlen dient auch bei den Decimalbrüchen die Null zur Ausfüllung der zwischen liegenden mit Ziffern nicht besetzten Decimalstellen. Die vor dem Decimalkomma stehenden Ziffern werden gewöhnlich für sich numeriert und durch Beisetzung von E. (Einern) hervorgehoben. Da endlich jeder Decimalbruch als die Summe aus den Stellwerthen der auf einander folgenden Ziffern betrachtet und abgelesen werden kann, so ist jeder unechte Decimalbruch auf 3, jeder echte auf 2 Arten zu numerieren, von welchen die erste Art als die einfachste den Vorzug hat. Z. B.
 $306,470058 = 306 \text{ E. } 470 \text{ Tsd. } 58 \text{ Milltl.} = 306 \text{ Mill. } 470 \text{ Tsd. } 58 \text{ Milltl.}$

3^{te} Art: 3 Hdt. 6 E. 4 Ztl. 7 Hdttl. 5 Hdtsdtl. 8 Milltl.

Ist umgekehrt 87 Tsd. 5 E. 93 Hdtsdtl. mit Ziffern zu schreiben, so erkennt man diesen Decimalbruch wegen der vorkommenden Einer als einen unechten. Sein Nenner Hdtsd. fordert 5 Decimalstellen und 3 Nullen zur Einschaltung, da für jene nur 2 Ziffern gegeben sind. Man erhält also 87005,00093.

Hat man 15 Tsd. 37 Zhnmilltl., so weist der Nenner Zehnmill. auf 7 Decimalstellen, während der Zähler 15037 nur fünfstellig ist. Man muß deshalb zwischen dem Decimalkomma und der ersten Ziffer 1 zwei Nullen einschalten und wie bei allen echten Decimalbrüchen dem Decimalkomma eine Null vorsetzen, also ist

$15 \text{ Tsd. } 37 \text{ Zehnmilltl.} = 0,0015037.$

§ 88.

Aufgaben.

1. Schreibe folgende Decimalbrüche mit Worten:

- | | | | |
|-------------------|-------------|--------------|-------------|
| 1581) a. 0,4296 | b. 0,00183 | c. 0,082617 | d. 4,00045 |
| 1582) a. 0,570083 | b. 6,002085 | c. 0,6234008 | d. 19,03956 |
| 1583) a. 253,4816 | b. 1058,003 | c. 74,15902 | d. 264,8973 |
| 1584) a. 17,42093 | b. 92,4567 | c. 8,300016 | d. 72,00084 |

- | | | |
|-----------------------|-----------------|-----------------|
| 1585) a. 123,450697 | b. 9876,054321 | c. 531,978064 |
| 1586) a. 68,0060274 | b. 91,42008503 | c. 7,413002695 |
| 1587) a. 200,31580647 | b. 6,000291507 | c. 0,32046087 |
| 1588) a. 391874,20685 | b. 528,41070205 | c. 12,340500678 |
| d. 1407,359628 | e. 43,1570409 | f. 8,29350046. |

2. Schreibe folgende Decimalbrüche bloß mit Ziffern:

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1589) a. 3 Tsd. 47 Hdtsdtl. | b. 286 Tsd. 5 Mlltl. |
| 1590) a. 8 Mill. 259 Zhnmltl. | b. 5 Mill. 1 Tsd. 6 Hdtmlltl. |
| 1591) a. 5 Tsd. Mill. 86 Tsd. 9 Blltl. | b. 40 Mill. 3 Tsd. 25 Tsdmlltl. |
| 1592) a. 5 Tsd. 8 E. 3 Tsd. 47 Ztsdtl. | b. 36 E. 48 Tsd. 7 Mlltl. |
| 1593) a. 6 Mill. 139 E. 8 Hdttl. | b. 724 E. 61 Tsd. 9 Hdtsdtl. |
| 1594) a. 20 Mill. 5 Tsd. 46 Tsdtl. | b. 70 Tsd. 6 Zhntl. 8 Mlltl. |
| 1595) a. 169 Tsd. E. 5 Tsd. 73 Zhntsdtl. | b. 8 Tsd. Mill. 5 Tsd. 7 Tsdmlltl. |
| 1596) a. 103 Tsd. 5 Mill. 7 Tsd. 8 Mlltl. | b. 1 Mill 8 Tsd. 5 Hdtl. 2 Zmlltl. |
| 1597) a. 29 Mill. 8 Tsd. 45 Hdtsmllt℥. | b. 4 Tsd. 6 E. 38 Tsd. 7 Mllt℥. |
| 1598) 8 Bll. 53 Tsd. Mill. 7 E. 18 Tsd. 9 Tsdmllt℥. | |
| 1599) 3 Bll. 7 Tsd. 24 Mill 685 Tsd 9 Hdtsmllt℥. | |
| 1600) a. 1 Mill. 3 Hdtsd. 8 Tsd. 5 Hdtt℥. 2 Zmllt℥. | |
| a. 2 Trll. 4 Tsd. Bll. 39 Mill. 67 Tsd. 815 Zhntsdbllt℥. | |

2. Vergleichung der Decimalbrüche.

§. 89. Wie bei den ganzen Zahlen beliebig viele Nullen der ersten Ziffer vorgesetzt oder vor derselben weggelassen werden dürfen, ohne den Wert der Zahl zu ändern, so gilt dasselbe von allen den Nullen, welche in den Decimalstellen der letzten Ziffer folgen.

Es ist z. B. $37,92500 = 37,925 = 37 \frac{92500}{100000} = 37 \frac{925}{1000}$.

Da Decimalbrüche entweder schon gleiche Nenner haben, oder durch Anhängung von Nullen solche erhalten, folglich gleichnamig werden, so ist eine Vergleichung zweier oder mehrerer Decimalbrüche sogleich ohne weitere Umformung auszuführen. Es ist $1053,6 > 87,5314 > 9,98 > 0,652 > 0,09$. Ferner erhält nach dem Zehnersystem jede Ziffer und darum auch der Decimalbruch den 10, 100-, 1000- etc. fachen Wert, wenn das Decimalkomma bez. um 1, 2, 3 etc. Stellen von links nach rechts gerückt wird; bei der Verrückung des Decimalkommas um eben so viel Stellen von rechts nach links dagegen wird der Decimalbruch auf den eben so vielen, also bez. auf den 10ten, 100ten, 1000ten etc. Teil seines ursprünglichen Werthes gebracht. Reichen bei der Multiplikation die Ziffern der Decimalstellen oder bei der Division die der Einerstellen nicht aus, so benützt man zur Ausfüllung der Stellen Nullen.

Z. B. $641,87 \cdot 1000 = 641870$; $8,6427 \cdot 100 = 864,27$;

$0,5 \cdot 10000 = 5000$; $3,2 : 1000 = 0,0032$; $49 : 10000 = 0,0049$.

Aufgaben.

1. Ordne folgende Decimalbrüche nach ihrer Gröfse!

- 1601) 0,54; 0,537; 0,5608; 0,53694; 0,5403; 0,539201; 0,5508
 1602) 0,831; 0,6295; 0,87214; 0,79032; 0,82; 0,7; 0,8196; 0,9
 1603) 0,437; 0,4195; 0,5; 0,45; 0,42983; 0,430126; 0,4875
 1604) 7,32; 7,5; 6,984; 7,2693; 7,48; 7,30945; 7,298; 7,6015
 1605) 19,6; 19,583; 19,7428; 19,62; 19,68243; 19,6508; 19,59
 1606) 0,083; 0,12; 0,0765; 0,09132; 0,0852; 0,0805; 0,1045.

2. Berechne folgende Produkte und Quotienten!

- 1607) a. $2,378 \cdot 100$ b. $92,5 \cdot 10000$ c. $0,36194 \cdot 1000$
 1608) a. $0,85 \cdot 100000$ b. $0,00684 \cdot 1000$ c. $5,376 \cdot 10000$
 1609) a. $5324,86 : 100$ b. $192,678 : 10000$ c. $0,3592 : 1000$
 1610) a. $47632,9 : 1000$ b. $0,09785 : 100000$ c. $36,4217 : 1000$
 d. $43,567 : 10000$ e. $7,3604 : 100000$ f. $0,059 : 10000$.

3. Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche.

§ 90. Jeder gemeine Bruch kann durch Division mit dem Nenner in den Zähler zu einem Decimalbruch gemacht werden, wenn man vorher den Zähler in 10mal so viele Zehnteile, den entstehenden Rest in 10mal so viele Hundertteile u. s. w. verwandelt, was den Wert des Bruchs nicht ändert. Z. B.

$$7\frac{5}{8} = 7,625. \text{ Denn } 5:8 = 5,0:8 = 0,6 + 0,2:8; 0,2:8 = 0,025.$$

Da nun die auf einander folgenden Teildividenden als Vielfache einer Potenz von 10 nur durch solche Zahlen ohne Rest geteilt werden können, welche blofs die Primfaktoren 2 oder 5 oder beide enthalten, so folgt, dafs je nach dem Nenner des gemeinen Bruchs obige Division aufhört, oder in's Unendliche fortgeht. Brüche, deren Nenner blofs die Primteiler 2 oder 5 oder beide haben, geben stets endliche Decimalbrüche, und zwar erhalten dieselben so viele Decimalstellen, als der Exponent der im Nenner vorkommenden höchsten Potenz eines jener beiden Primfaktoren Einheiten hat. Es werden hier stets Zähler und Nenner der gemeinen Brüche als relative Primzahlen vorausgesetzt. So gibt der Nenner $32 = 2^5$ fünf Decimalstellen, $4000 = 2^5 \cdot 5^3$ eben so viele, $1024 = 2^{10}$ zehn Decimalstellen. Enthalten die Nenner der gemeinen Brüche neben 2 oder 5 auch beliebige andere Primteiler, oder diese allein, so kann die Division nie aufgehen, und man erhält dann unendliche Decimalbrüche. Die Ziffern der Decimalstellen müssen jedoch in Beziehung zu einander stehen, da höchstens so viele verschiedene Reste vorkommen können, als der um 1 verminderte Nenner des gemeinen Bruchs Einheiten hat. Beim Nenner 7 können z. B. nur 6 verschiedene Reste, beim Nenner 13 höchstens 12 vorkommen, nach welchen sich die Reste und hiedurch die Ziffern der Decimalstellen

in derselben Aufeinanderfolge wiederholen. Die sich bei unendlichen Decimalbrüchen in derselben Aufeinanderfolge wiederholende Reihe von Ziffern der Decimalstellen nennt man Periode, weshalb jene periodisch sind.

Z. B. $63\frac{5}{7} = 63,714285714285\dots$ (Periode 714285)

$\frac{8}{99} = 0,0808\dots$ (Per. 08), $7\frac{63}{88} = 7,7159090\dots$ (Periode 90).

Die Periode beginnt nun entweder sogleich nach dem Decimal-komma, oder es ist zwischen diesem und der ersten Periode eine von dieser verschiedene Reihe von Ziffern. Im ersten Fall wird der unendliche Decimalbruch rein periodisch, im zweiten unrein periodisch genannt. Hat der Nenner des gemeinen Bruchs außer andern Primteilern die Faktoren 2 oder 5 oder beide, so erhält man bei der Verwandlung einen unrein periodischen Decimalbruch, und zwar sind zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode so viele Decimalstellen, als der Exponent der im Nenner vorkommenden höchsten Potenz von 2 oder 5 Einheiten hat. Ist dagegen der Nenner weder durch 2, noch durch 5 teilbar, einfach oder zusammengesetzt, so wird der entstehende unendliche Decimalbruch rein periodisch. Bei Brüchen mit einfachen Nennern ist die Anzahl der Stellen einer Periode entweder ein Teiler des um 1 verkleinerten Nenners oder diesem selbst gleich. Enthält die Periode nicht zu viel Stellen, so gibt man nur die erste Periode an und setzt über die erste und letzte Stelle derselben Punkte.

Z. B. $\frac{5}{7} = 0,714825$, $9\frac{5}{28} = 9,89285714$, $\frac{8}{99} = 0,08$.

Man unterscheidet deshalb endliche Decimalbrüche von unendlichen oder periodischen und bei diesen selbst wieder rein periodische von unrein periodischen Decimalbrüchen.

§ 91.

Aufgaben.

Verwandle folgende gemeine Brüche und gemischte Zahlen in Decimalbrüche unter vollständiger Angabe der Periode!

1611) a)	$\frac{27}{32}$	b)	$\frac{45}{64}$	c)	$\frac{112}{125}$	d)	$\frac{105}{128}$	e)	$\frac{247391}{256}$	f)	$\frac{49}{512}$
1612)	$7\frac{153}{160}$		$8\frac{539}{640}$		$35\frac{478}{625}$		$9\frac{85}{1024}$		$\frac{1063}{1280}$		$5\frac{2856}{3125}$
1613)	$\frac{1258}{13}$		$32\frac{15}{17}$		$8\frac{24}{37}$		$\frac{2735}{41}$		$52\frac{64}{73}$		$15\frac{96}{101}$
1614)	$\frac{125}{137}$		$\frac{248}{271}$		$\frac{956}{1001}$		$\frac{784}{9091}$		$6\frac{16}{21}$		$\frac{2638}{27}$
1615)	$9\frac{20}{33}$		$48\frac{32}{39}$		$\frac{29786}{63}$		$2\frac{86}{99}$		$\frac{104}{117}$		$6\frac{125}{143}$
1616)	$\frac{248}{259}$		$6\frac{24}{35}$		$\frac{1837}{52}$		$7\frac{123}{148}$		$\frac{395}{584}$		$15\frac{931}{1084}$
1617)	$\frac{1867}{250}$		$9\frac{31}{320}$		$41\frac{6203}{8000}$		$\frac{1367}{18}$		$\frac{10364}{11}$		$\frac{9278}{400}$

$$1618) \quad a) \frac{193857}{2560} \quad b) 8\frac{512}{657} \quad c) 17\frac{19}{24} \quad d) 43\frac{75}{88} \quad e) 9\frac{184}{205} \quad f) 7\frac{554}{685}$$

$$1619) \quad 43\frac{101}{128} \quad \frac{13749}{1600} \quad 9\frac{85}{144} \quad 13\frac{237}{245} \quad \frac{1743}{2560} \quad 36\frac{85}{91}$$

4. Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche.

§ 92. Jeder echte, endliche Decimalbruch ist einem gemeinen Bruche gleich, dessen Zähler die durch die Ziffern der Decimalstellen dargestellte Zahl und dessen Nenner die so vielte Potenz von 10 ist, als Decimalstellen vorhanden sind. Der erhaltene gemeine Bruch ist nach § 47 auf die einfachste Form zu bringen.

Z. B. 1. $3,857 = 3\frac{857}{1000} = 3\frac{7}{8}$ 2. $41,0096 = 41\frac{96}{10000} = 41\frac{6}{625}$.

Ein rein periodischer Decimalbruch ist einem gemeinen Bruche gleich, dessen Zähler die Periode ist, und dessen Nenner aus so viel Neunern besteht, als die Periode Stellen hat. Denn bei jedem solchen Decimalbruch rückt die erste Periode vor das Decimalkomma, wenn man ihn mit der so vielten Potenz von 10 multipliziert, als die Periode Stellen hat. Zieht man nun den ursprünglich gegebenen Decimalbruch von jenem Vielfachen desselben ab, so verschwinden in der Differenz alle Decimalstellen und man erhält die Periode als den Wert jenes um 1 verminderten Vielfachen des vorliegenden Bruchs. Diesen selbst erhält man, wenn man die Periode durch die um 1 verminderte, zur Anwendung gekommene Potenz von 10 dividiert. Im folgenden Beispiele ist der gesuchte gemeine Bruch durch x bezeichnet.

$$\begin{array}{r} x = 0,85714\dot{2} \\ 1000000x = 857142,85714\dot{2} \\ \hline 999999x = 857142 \end{array} \quad x = \frac{857142}{999999} = \frac{6}{7} \quad \begin{array}{r} 1,6 \\ 857142 \overline{) 999999} \\ 0 \quad \overline{) 142857} \end{array}$$

Ist endlich ein unrein periodischer Decimalbruch in einen gemeinen Bruch zu verwandeln, so multipliziert man zunächst mit der so vielten Potenz von 10, als zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode Decimalstellen sind, und bringt hernach von dem erhaltenen rein periodischen Decimalbruch, wie im vorigen Falle, die erste Periode vor das Decimalkomma. Dann findet man den Zähler des gemeinen Bruchs, wenn man die Zahl zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode von der zwischen jenem und der zweiten Periode befindliche Zahl abzieht. Der Nenner desselben besteht links aus so viel Neunern, als die Periode Stellen hat, und rechts aus so viel Nullen, als zwischen dem Decimalkomma und der ersten Periode Stellen sind.

$$\begin{array}{r} \text{Z. B. } 59,4642867\dot{1} = 59\frac{1}{2}\frac{3}{8} \\ x = 0,4642857\dot{1} \\ 100x = 46,42857\dot{1} \\ 100000000x = 46428571,42857\dot{1} \\ \hline 99999900x = 46428525 \end{array} \quad x = \frac{46428525}{99999900} = \frac{1857141}{3999996} = \frac{1}{2}\frac{3}{8}$$

$$\begin{array}{r} 25 \quad 142857 \\ 46428525 \quad 1857141 \\ \hline 99999900 \quad 3999996 \\ 2, 6, 2. \\ 1857141 \overline{) 3999996} \\ 142857 \overline{) 285714} \end{array}$$

§ 93.

Aufgaben.

Verwandle folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche unter Herstellung ihrer einfachsten Form!

- 1620) a. 3,8125 b. 0,78125 c. 9,7875 d. 0,796875 e. 12,9344
 1621) 9,85625 1,09408 0,890625 0,7421875 5,6703125
 1622) 0,07656 2,849375 14,925 7,864 9,8415
 1623) 1,90243 3,428571 2,846153 4,904761 7,641025
 1624) 6,722007 4,73062 31,861 26,9027 0,8409
 1625) 2,9074 0,84459 1,9467821 0,7857142 6,820945
 1626) a. 10,28359375 b. 109,0863136 c. 8,6250137498
 1627) a. 0,966796875 b. 1,70072992 c. 2,901541095890
 1628) a. 43,89765625 b. 0,76712328 c. 105,589285714
 1629) a. 27,995375 b. 10,873015 c. 4,837606 d. 0,94230769
 1630) a. 6,80859375 b. 2,951048 c. 7,83409436 d. 6,9142857
 e. 3,7109375 f. 4,923076 g. 0,67857142 h. 1,894230769
 1631) a. 0,169921875 b. 6,12328767 c. 3,010714285
 1632) a. 3,9638671875 b. 7,65753424 c. 18,74230769
 d. 4,677734375 e. 8,73972602 f. 4,63527397260.

5. Addition der Decimalbrüche.

§ 94. Die Addition der Decimalbrüche wird wie die der ganzen Zahlen ausgeführt. Man beginnt bei der am weitesten rechts stehenden, also kleinsten Decimalstelle der vorkommenden Summanden, addiert nur gleichnamige Stellen zu einander und nimmt die höheren Stellen der gefundenen Summen in die Summe der zunächst nach links folgenden gleichnamigen Stellen auf. Obschon die Addition am leichtesten durchzuführen ist, wenn die Ziffern von gleichem Stellwerte genau unter einander stehen, so hat doch auch die Addition neben einander stehender, durch das Pluszeichen verbundener Decimalbrüche keine Schwierigkeit, wenn man zur Vermeidung jedes Fehlers alle schon an die Reihe gekommenen Decimalstellen sofort mit einem feinen Punkte bezeichnet.

Beispiele.

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 537,4862 \\
 \quad 69,018 \\
 2534,67485 \text{ Oder:} \\
 \quad 8,392718 \\
 \quad 650,87 \\
 \quad 3214,5 \\
 \hline
 7014,941768
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1. \quad 537,4862 + 69,018 + 2534,67485 \\
 \quad + 8,392718 + 650,87 + 3214,5 \\
 \quad = 7014,941768
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 2. \quad 49,253 + 187,46295 + 0,7284 + 63,28 \\
 \quad + 9,326817 + 1354,06725 \\
 \quad = 1664,118417.
 \end{array}$$

Aufgaben.

	1633)		1634)		1635)		1636)
1637)	28,30965	+	234,596	+	18,53	+	2365,427389
1638)	471,8723	+	0,84736	+	364,20497	+	9,6548
1639)	6,925478	+	8157,32	+	180,365	+	708,19326
1640)	3548,26794	+	92,0832	+	43,291865	+	52,4783
1641)	795,836	+	12738,695	+	9,4632	+	16,827
1642)	4208,51	+	7,438925	+	237,986	+	1364,78259
1643)	36,482759	+	564,7218	+	1,26874	+	89,459637
1644)							
1644)	374,25	+	6,9834	+	29,046738	+	0,495 + 89,7236415 + 3,5
1645)	6,387	+	294,08376	+	34,9625	+	1082,54 + 637,9 + 8,29
1646)	29,8453	+	0,613745	+	3,592867	+	705,268 + 34,19675
1647)	8,367952	+	296,5	+	67,4382	+	0,258 + 152,49368 + 9,74
1648)	63,24	+	5,9162738	+	2041,5	+	187,3926 + 43,78925
1649)	19,25	+	0,3764	+	8,092	+	4,10378 + 635,924605 + 76,8
1650)	387,246159	+	1,47058	+	2604,381	+	64,2059738 + 8,74
							+ 9,13048 + 5372,6498 + 37,0481965 + 0,653279
1651)	2039,68	+	8,4517962	+	413,8752	+	0,6325 + 73,4698021
							+ 928,354176 + 5,378 + 1234,859063 + 603,5178
1652)	8,2340695	+	487,9635	+	62,735184	+	0,32645 + 6,79
							+ 93,5082734 + 2,4108936 + 509,437928 + 7932,485
	a.		7,346	+	19,20345	+	281,5 + 0,4168 + 37,92 + 2,438925
	b.		42,87	+	6,4109	+	657,5 + 0,384 + 37,25167 + 8,927546
	c.		189,5	+	0,638	+	4,7132 + 26,795184 + 8,37 + 7,42068.

6. Subtraktion der Decimalbrüche.

§ 95. Bei der Subtraktion sind 3 Fälle zu unterscheiden, je nachdem der Minuend mehr, ebensoviel oder weniger Decimalstellen als der Subtrahend hat. In jedem Falle ist das Subtrahieren wie bei ganzen Zahlen bequem auszuführen, wenn die Stellen des Subtrahenden genau unter die gleichnamigen des Minuenden geschrieben werden, da jedem Decimalbruch unbeschadet seines Wertes beliebig viele Nullen rechts angehängt werden können. Steht aber der Minuend mit dem rechts stehenden Subtrahenden durch das Minuszeichen in Verbindung, so bilden im 1^{ten} Falle die rechts stehenden überzähligen Decimalstellen des Minuenden die ebensovielten der Differenz in derselben Ziffernordnung. Nun beginnt, wie im 2^{ten} Falle, die Subtraktion der gleichnamigen Decimalstellen von rechts nach links. Im 3^{ten} Falle endlich sind die rechts stehenden überzähligen Decimalstellen des Subtrahenden auf 10, die nach links folgenden aber auf die gleichnamigen Decimalstellen des Minuenden zu ergänzen. Vgl. § 7.

Beispiele.

- | | | | | | |
|----|--|----|--|----|--|
| 1. | $\begin{array}{r} 428,1397565 \\ -139,2648000 \\ \hline 288,8749565 \end{array}$ | 2. | $\begin{array}{r} 138,26375 \\ -86,97543 \\ \hline 51,28832 \end{array}$ | 3. | $\begin{array}{r} 31058,24600000 \\ -2879,31540682 \\ \hline 28178,93059318 \end{array}$ |
|----|--|----|--|----|--|
1. $428,1397565 - 139,2648 = 288,8749565$
 2. $138,26375 - 86,97543 = 51,28832$
 3. $31058,246 - 2879,31540682 = 28178,93059318$.

Aufgaben.

- | | | | | | |
|-------|--|-------|--|-------|---|
| 1653) | $\begin{array}{r} 237,2564859 \\ -19,7083 \\ \hline \end{array}$ | 1654) | $\begin{array}{r} 5041,93208635 \\ -2163,40590748 \\ \hline \end{array}$ | 1655) | $\begin{array}{r} 1057,460235 \\ -198,27436814 \\ \hline \end{array}$ |
|-------|--|-------|--|-------|---|
- 1656) $24,67395 - 8,056$ 1657) $317,924658 - 49,35782$
 1658) $8,200736 - 0,921584$ 1659) $56,3419872 - 28,0526374$
 1660) $6930,4 - 714,839265$ 1661) $352,587 - 193,42875658$
 1662) $147,352 - 89,673452$ 1663) $2013,47 - 125,690485$
 1664) $3201,4075 - 912,538647$ 1665) $720,031 - 81,2430765$
 1666) $94,12034 - 65,2314598$ 1667) $31,2456 - 13,4567892$.

Subtrahiere a von b, die erhaltene Differenz von c und die neue Differenz von d!

- | | | | |
|--------------|----------|-------------|--------------|
| 1668) | 1669) | 1670) | 1671) |
| a = 9,576 | 81,27504 | 578,394 | 2300,4671589 |
| b = 17,43862 | 127,643 | 1003,476852 | 2315,07496 |
| c = 33,0945 | 53,9 | 642,5839 | 47,85 |
| d = 405,28 | 30,5391 | 398,07 | 169,534. |

Subtrahiere a von b, von der erhaltenen Differenz die Zahl c und die neue Differenz von d!

- | | | | |
|---------------|------------|------------|-------------|
| 1672) | 1673) | 1674) | 1675) |
| a = 39,6478 | 563,82 | 8,39726 | 2374,815693 |
| b = 124,53 | 1002,37645 | 76,408153 | 2401,916 |
| c = 57,213684 | 417,803 | 63,2148795 | 8,3274 |
| d = 1035,846 | 89,2134 | 19,348 | 165,49378. |

7. Addition und Subtraktion der Decimalbrüche.

§ 96. Sind Decimalbrüche teils durch das Plus-, teils durch das Minuszeichen an einander gereiht, so zieht man gewöhnlich von der Summe der positiven Glieder die der negativen ab, wobei die letztere Summe, als solche, stets eingeklammert werden muß. Zur Berechnung einer arithmetischen oder algebraischen Summe kann man sich auch der beiden noch übrigen Verfahrensweisen nach § 9 bedienen. Betreffs Behandlung der Klammern vgl. § 10,

Beispiele.

1. $187,43 - 392,56284 + 2983,7145 - 2643,8 + 1043,4775$
 $= 187,43 + 2983,7145 + 1043,4775 - (392,56284 + 2643,8)$
 $= 4214,622 - 3036,36284 = 1178,25916.$
2. $194,782 + [187,3 - [2095,68 - (942,704 + 1128,47)]]$
 $= 194,782 - (187,3 - 2095,68 + 2071,174)$
 $= 195,782 - (2258,474 - 2095,68) = 194,782 - 162,794 = 31,988.$

Aufgaben.

- 1676) $2481,5 - 93,684 - 157,83 + 4,9512 + 0,803 - 1235,7$
- 1677) $7,35 + 0,268 - 23,4 - 167,28 - 6,5 + 384,1 + 92,473$
- 1678) $26,478 - 137,2954 + 2498,5 - 7,32 + 0,439 + 132,86$
- 1679) $627,5 - 89,2376 + 152,24 + 0,67325 - 140,598 + 8,45$
- 1680) $3,2947 + 168,459736 - 43,605 + 92,34 - 127,36408 - 64,7$
- 1681) $4106,83 - 957,6145 - 2384,597631 - 86,9 + 5,2308746$
- 1682) $83,42 - 705,61893 - 1347,5 - 0,246 + 2361,453897$
- 1683) $7,93564 - 83,542 - 1043,725689 - 36,1945 - 2598,74$
- 1684) $1793,468 + 5,397812 - 842,96145 - 91,8026 + 16,58$
- 1685) $37,289 - 1732,965 - 254,83 - 9,730245 - 0,6374$
 $- 824,6571 + 613,47829 + 73,4 + 2496,73 + 93,20586$
- 1686) $916,2437 - 83,596142 - 2158,7 - 7,3648759 - 365,42$
 $+ 2956,485 - 0,43768 - 1378,2094635 + 149,265 - 10,7$
- 1687) $29,563 - 4310,87926 + 538,7195 + 1897,6 - 635,427859$
 $- 87,394 + 2976,3408145 - 8,4173 + 0416876 - 13,046$
- 1688) $3567,42 - 97,523 - (805,06 - 93,2857) - (8,279 + 43,86)$
- 1689) $823,5 - (67,492 - 459,7861 + 1003,47) - (90,4 + 7,5263)$
- 1690) $4,793 + 358,6 - [67,45 - (2589,472 - 2543,8)] - 293,48$
- 1691) $63,2 - [285,37 - (1004,6 - 923,651) - 162,95] + 420,38$
- 1692) $179,425 - [468,3 - (95,71 + 4,283) - (2340 - 1987,647)]$
- 1693) $84,7 + [530,092 - (1089,45 - 735,624) - (47,2 - 9,356)]$
- 1694) $629,54 - [971,6 - [682,476 - (63,94 + 71,843)] + 4,9785]$
- 1695) $7538 - [2648,379 - (873,45 + 1476,8) - (90,38 - 8,275)]$
- 1696) $528,46 + 17,9 - [64,183 + 0,52 - (1254,3 - 1198,7265)]$
- 1697) $43,6 - [87,25 + 129,645 - (1320,5 - 861,75)] + 214,545$
- 1698) $831,25 - [529,634 - (1023,4 - 754,6123)] - (103,5 - 47,65)$
- 1699) $1023,6 - [84,725 - (247,38 + 98,2734) + 406,387]$
- 1700) $3127,465 - [839,5 - [1023,47 - (92,0345 + 361,278 - 8,36)]]$.

8. Multiplikation der Decimalbrüche.

§ 97. 1. Decimalbrüche multipliziert man a) mit ganzen Zahlen oder b) mit einander, ohne Rücksicht auf das Decimalkomma, wie ganze Zahlen, weshalb alle in § 14 angegebenen Vorteile auch hier zur Anwendung kommen. Schließt im ersten Falle die ganze

Zahl mit einer Ziffer, so schneidet man im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als der andere Faktor deren besitzt. Hat die ganze Zahl dagegen rechts Nullen, so multipliziert man den Decimalbruch bloß mit der durch die links stehenden Ziffern gebildeten Zahl und schneidet im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als der Ueberschuß der Anzahl der Decimalstellen über die jener Nullen beträgt, oder hängt dem Produkte so viele Nullen an, als der Decimalstellen weniger sind denn rechts stehende Nullen. Werden Decimalbrüche mit einander multipliziert, so schneidet man im Produkte von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als die Faktoren zusammen genommen haben, wobei Nullen zur Ausfüllung links angewendet werden, wenn die Stellenzahl des Produkts nicht hinreicht.

Beispiele.

1. $63,428 \cdot 579$	2. $0,09713 \cdot 4375$	3. $8,4762 \cdot 69995$
$\begin{array}{r} 317140 \\ 443996 \\ \hline 36724,812 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,67991 \cdot 625 \\ \hline \dots \\ 424,94375 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5933340000(70000-5 \\ \hline 593291,6190 \end{array}$
4. $0,08972 \cdot 15080$	5. $34,857 \cdot 0,0323$	6. $0,43792 \cdot 0,0864$
$\begin{array}{r} 44860 \dots \\ \hline 1352,9776 \end{array}$	$\begin{array}{r} 592569 \quad 17. \quad 19 \\ \hline 1,1258811 \end{array}$	$\begin{array}{r} 350336 \dots \\ \hline 0,037836288. \end{array}$

2. Da jedoch diese Multiplikationsweise in den verschiedenen Aufgaben des praktischen Lebens nicht selten mehr Decimalstellen gibt, als auch bei einer überhaupt noch wünschenswerten Genauigkeit nötig sind, so bedient man sich in solchen Fällen der abgekürzten Multiplikation. Bei dieser multipliziert man zunächst mit der ersten Ziffer des Multiplikators unter Berücksichtigung ihres Stellwerts den Multiplikanden, bei der gerade noch nötigen Decimalstelle desselben beginnend, so daß die letzte Stelle des ersten Teilprodukts mit der des gesuchten Produkts gleichnamig wird. Hat der Multiplikand nicht genug Decimalstellen, so müssen demselben die nötigen Nullen angehängt werden. Sodann multipliziert man die nach rechts folgenden Ziffern des Multiplikators mit dem Multiplikanden, indem man bei diesem stets eine Stelle mehr nach links wegläßt. Die letzten Stellen der entstehenden Teilprodukte müssen sorgfältig unter einander geschrieben und schon in Rechnung gebrachte Ziffern zur Vermeidung jedes Fehlers durch Punkte kenntlich gemacht werden. Der größeren Genauigkeit wegen multipliziert man in Gedanken stets die höchsten der weggelassenen Stellen des Multiplikanden mit der entsprechenden Ziffer des Multiplikators, und zwar addiert man nicht bloß die herüberzunehmende Ziffer (Korrektur) zu dem Teilprodukte, sondern vermehrt dieses

überdies noch um 1, wenn die Ziffer der weggelassenen höchsten Stelle 5 oder größer als 5 ist. Obschon hiedurch häufig noch die letzte berechnete Decimalstelle völlig genau wird, so gilt dies im allgemeinen doch nur von der vorletzten Decimalstelle.

Beispiele.

1.		2.		3.
189,73460	126,3974	83,4567 · 1,6938	7,93256	
37946920	(auf 4	83457 (auf 3	0,05879	
11384076	Decimal-	50074 Decimal-	397 (auf 3	
569204	Stellen.)	5117 Stellen.)	63 Decimal-	
170761		250	0,466 Stellen.)	
13281		141,359		
23981,9601				

Man kann auch die Stellen des Multiplikators so unter diejenigen des Multiplikanden setzen, daß jede Teilmultiplikation mit der Ziffer des Multiplikanden begonnen werden kann, welche über der an die Reihe kommenden Ziffer des Multiplikators steht, wodurch die Ziffern des letzteren in umgekehrter Ordnung folgen.

§ 98.

Aufgaben.

1. Berechne folgende Produkte auf gewöhnliche Art!

1701)	a) 29,458 · 110	b) 678,513 · 11100	c) 0,6725 · 1300
1702)	173,46 · 410	27,489 · 8100	6,32947 · 71000
1703)	12,481 · 750	0,7685 · 49000	0,00836 · 640
1704)	83,547 · 250	125,47 · 1250	9,7318 · 62500
1705)	7846 · 9,375	3,498 · 7200	0,00395 · 144000
1706)	94,725 · 930	81,25 · 9940	8,0476 · 59,93
1707)	0,6385 · 7,77	8,592 · 41,6	92,437 · 8510
1708)	0,0081 · 2560	846,7 · 13,25	7380 · 6,994
1709)	157,3 · 0,9998	8,275 · 615,4	320,09 · 0,071
1710)	6,25 · 0,4137	0,7382 · 0,169	2,673 · 97,21
1711)	13,125 · 27,464	201,732 · 39,625	74,365 · 19,278
1712)	53,424 · 0,9567	12,5 · 0,94 · 670	0,347 · 55,5 · 0,064
1713)	1,3 · 7,1 · 0,25	30,27 · 6,92 · 0,83	470 · 0,023 · 8,72
1714)	0,73 · 91,36 · 8,4	65,27 · 0,816 · 6,913	0,96 · 630 · 1,728
1715)	70,485 · 5,998	8,469 · 3,25 · 0,75	697,4 · 31,25
1716)	14,318 · 6,154	0,0355 · 94,71 · 2,5	5,938 · 9,145.

2. Berechne folgende Produkte auf die beigesetzte Anzahl von Decimalstellen!

a.	b.	c.
1717) 89,25 · 1,468 (3)	347,6128 · 29,538 (4)	3,574 · 0,894 (3)
1718) 0,3817 · 156,424 (4)	14,74 · 85,427 (2)	18,673 · 8,236 (3)

a.	b.	c.
1719) 153.679.0,0817 (4)	635,0483.8,3654 (4)	7,5396.4,1897 (4)
1720) 0,6739.8,4572 (4)	1826,39.0,0987 (2)	54,378 0,4295 (3)
1721) 0,92737.0,1498 (5)	8,3276.9,0749 (4)	0,39654.0,09865 (5)
1722) 0,59876.0,1268 (5)	134,928.0,672 (2)	476,295.381,768 (3)
1723) 3,1 . 1,25 . 0,6992 . 4700 . 28,3569 (4)		
1724) 0,017 . 51,2 . 6,66 . 840 . 7,93246 (5)		
1725) 31,25 . 436,324 . 0,0879 . 1,8569 . 170 (3)		
1726) 2,79 . 17,28 . 0,1387 . 463,578926 (6)		
1727) 247,945 . 0,7653 . 1,2854 . 0,09327 (4)		
1728) 0,625 . 0,01283 . 0,8125 . 0,64 (5).		

9. Division der Decimalbrüche.

§ 99. Decimalbrüche werden a. durch ganze Zahlen, oder b. ganze Zahlen durch Decimalbrüche, oder c. Decimalbrüche durch einander, vorerst ohne Rücksicht auf das Decimalkomma, wie ganze Zahlen dividiert; nur schneidet man im Quotienten von rechts nach links so viele Decimalstellen ab, als der Dividend deren mehr hat denn der Divisor, oder hängt dem Quotienten bei aufgeganger Division so viele Nullen an, als der Dividend weniger Decimalstellen hat denn der Divisor. Sind im ersten Falle die letzten Stellen des Divisors Nullen, so dividiert man bloß durch die Zahl, welche die vorangehenden Ziffern bilden, und schneidet im Quotienten von rechts nach links um die Anzahl jener Nullen mehr Decimalstellen ab, als der Dividend deren hat. Geht im zweiten Falle die Division nicht auf, oder reichen die Decimalstellen des Dividenden im dritten Falle nicht hin, so werden demselben nach dem Decimalkomma Nullen angehängt, wodurch der Wert des Dividenden ungeändert bleibt. Betreffs des Abschneidens ist zu bemerken, daß nur die bei der Division benützten Decimalstellen gezählt werden dürfen. Da endlich die Division meist nicht aufgeht, so beschränkt man sich je nach der zu erreichenden Genauigkeit auf mehr oder weniger Decimalstellen und erhöht die letzte Ziffer des Quotienten um 1, wenn der Rest fast so groß als der halbe Divisor oder größer als dieser ist.

Beispiele.

$$\begin{array}{r}
 1) \ 53428,1184 \overline{) 123800} \\
 \underline{3908} \\
 1941 \\
 \underline{7031} \\
 8418 \\
 \underline{9904} \\
 0
 \end{array}$$

$$53428,1184 : 1238 : 100$$

$$\begin{array}{r}
 2) \ 6208304064 \overline{) 817,28} \\
 \underline{487344} \\
 787040 \\
 \underline{514886} \\
 245184 \\
 \underline{0}
 \end{array}$$

$$6208304064 : 81728 : 100$$

3) $1:24,563=1,000:24,563$

$$\begin{array}{r|l}
 =1,000000 & 24,563 \\
 174800 & 0,040712 \text{ ca.} \\
 28590 & \\
 40270 &
 \end{array}$$

4) $0,837.253626|0,004.983$

$$\begin{array}{r|l}
 33895 & 168,022 \\
 39373 & \text{oder} \\
 10962 & 837253,626 \\
 9966 & : 4983.
 \end{array}$$

§ 100.

Aufgaben.

Berechne folgende Quotienten bei nicht aufgehender Division auf 5 Decimalstellen!

1729) 4450,86:79	136,4601:167	72,8125:253
1730) 40521,76:4630	35494,95:8300	0,938647:59
1731) 495237,6:46500	16900:3,25	8325:26,7
1732) 66251:9,7	22259,2:5,92	714292,08:74,328
1733) 324867:51,94	10:0,875	1184,0625:3,789
1734) 11935:9,625	567:11,8125	82:107,436
1735) 1:7,3295	106:0,06625	91:2,84375
1736) 253,47:61,892	82,419:0,725	0,41921152:0,0793
1737) 0,8025:0,00856	6090:0,90625	35748,2916:535,472
1738) 41,322:0,0097	249,3125:9,088	16300:0,0625
1739) 23,70569:0,0379	17220,97395:92,365	6375,3597:983,7
1740) 758,62:0,043	0,0065:0,0052	258,3:17,9375.

§ 101.

Vorteile beim Dividieren.

Die in § 19 erklärten Vorteile finden auch hier in entsprechender Weise ihre Anwendung, mögen Dividend oder Divisor ganze Zahlen oder Decimalbrüche sein.

Beispiele.

1. $874,0362:17$ $\underline{51,4139 \text{ ca.}}$	2. $2953,847:3,1$ $\underline{952,8539 \text{ ca.}}$	3. $0,34697:0,125$ $\underline{2,77576}$
4. $74,9862:112,5$ $\underline{599,8896:900}$ $\underline{0,666544}$	5. $968,0827:1,69$ $\underline{7446,79:13}$ $\underline{572,83}$	6. $539,2645:9,375$ $\underline{53,92645}$ $\underline{3,59510:15}$ $\underline{57,52155}$

Denn $9375=\frac{15}{16}\cdot 10000$, also $539,2645:9,375=539,2645:10\cdot\frac{16}{15}$.

Besonders wichtig ist die abgekürzte Division, welche, wie bei ganzen Zahlen, die möglichst einfache Bestimmung des Stellwerts der ersten Ziffer im Quotienten voraussetzt, was nach den bisher gegebenen Erklärungen keine Schwierigkeit hat. Die Abkürzung darf stets dann erst eintreten, wenn die Zahl der noch zu berechnenden Stellen um 1 kleiner ist, als die Stellenzahl des Divisors, wobei nachstehende Nullen nie als Stellen gerechnet werden dürfen. Dabei hängt man dem betreffenden Reste keine weitere

Ziffer des Dividenden an, läßt vielmehr von dem Divisor die letzte Stelle weg, und dividirt auf's neue in derselben Weise bis zu Ende. Der grösseren Genauigkeit wegen multipliziert man in Gedanken jedesmal die höchsten der weggelassenen Stellen des Divisors mit dem Teilquotienten, und zwar addiert man nicht blofs die herüberzunehmende Ziffer zu dem Teilprodukt, sondern vermehrt dieses überdies noch um 1, wenn die Ziffer der weggelassenen höchsten Stelle 5 oder grösser als 5 ist. Als Beispiele mögen auch die Nummern 3 und 4 in § 99 auf ebenso viele Decimalstellen wie dort berechnet werden.

1.	2.	3.
$\begin{array}{r} 1,00000 \overline{) 24,563} \\ 1748 \\ \hline 29 \\ \hline 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,837.253626 \overline{) 0,004.983} \\ 33895 \\ \hline 39974 \\ \hline 110 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} 408,13746 \overline{) 53,8972} \\ 30857 \\ \hline 3908 \\ \hline 135 \\ \hline 27 \end{array}$

Erkl. In Beispiel 1 ergibt sich die erste Ziffer 4 des Quotienten an der Stelle der Hunderttel, weshalb bei dem 5-stelligen Divisor die noch übrigen 4 Stellen durch abgekürzte Division berechnet werden. In Beispiel 2 kann man sich das Decimalkomma im Dividenden und Divisor an die Stelle des unten angegebenen Punktes gesetzt denken, wodurch man für die 1te Ziffer desselben den Stellwert der Hunderter erhält. Bei den für den Quotienten verlangten 3 Decimalstellen folgen der Hunderterstelle noch 5 Stellen, weshalb man die Decimalstellen durch Abkürzung finden kann. Vom Dividenden benützt man nur die 6 ersten Stellen, nämlich 837253 und erhöht die letzte Ziffer 3 auf 4, weil die Ziffer (6) der höchsten weggelassenen Stelle > 5 ist. In Beispiel 3 braucht man wegen der 1ten Ziffer 7 an der Einerstelle des Quotienten und wegen der darauffolgenden 4 Decimalstellen vom Divisor nur die ersten 5 und vom Dividenden die ersten 6 Ziffern.

Anm. Im allgemeinen wird bei der abgekürzten Division nur die vorletzte Stelle genau berechnet werden können.

§ 102.

Aufgaben.

1. Berechne folgende Aufgaben auf 5 Decimalstellen!

1741) a. 357,246:19	b. 2894,65:9,9	c. 1953,847:25
1742) 1234,568:27	402,1985:85	2305,42678:79
1743) 57,342065:125	1034,72685:144	31490,2675:1728
1744) 89324,5:71	52,5867:0,23	72,536:12,5
1745) 1803,42:7,2	0,74389:1,56	50368,7:93,75
1746) 0,3598:0,0625	2480,135:7,5	6,4973:1,75
1747) 827,39:22,5	6,3942:0,875	36286,5:0,85
1748) 85,24361:27,5	354,675:3,61	942,35:99,7
1749) 6542,83:999,8	0,485:1,25	50,4126:0,1728
1750) 9,3275:0,0875	0,961324:5,7648	0,239658:0,04176.

2. Berechne folgende Aufgaben durch abgekürzte Division auf die neben beigesetzte Anzahl von Decimalstellen!

- 1751) a. 28369,5:19,487(3) b. 7400,589:423,61(3) c. 1:8,357629(4)
 1752) 5134,9:8,2695(4) 3,67:0,95248(5) 4,7:0,615397(6)
 1753) 9:0,057328(5) 2,5:0,009375(4) 0,6739:0,0375(3)
 1754) 8,354:269,4732(4) 57,91024:437,285(5) 9,3473:64,198(4)
 1755) 367,485:23,174(2) 7104,2837:69,485(3) 8,42036:0,9376(4)
 1756) 9,62438:0,2734(3) 0,52789:0,0936(3) 0,07363:0,8547(3)
 1757) a. 4583,71926:67,3485(4) b. 24,401896:0,578123(3)
 1758) 931,25687:1004,385(5) 6,4538729:823,4179(6)
 1759) 7,2356401:3,904726(5) 83,145096:19,75384(4)
 1760) 39,76295:401,8246(4) 147,08365:82,9376(4).

§ 103. 1. Kommen in Summen oder Differenzen neben Decimalbrüchen auch gemeine Brüche vor, so verwandelt man je nach Umständen die gemeinen Brüche in Decimalbrüche oder umgekehrt.

2. Ist ein Decimalbruch mit einer gebrochenen oder gemischten Zahl zu multiplizieren, oder durch diese zu dividieren, so verfährt man nach § 60 unter Berücksichtigung der Regeln, welche hinsichtlich des Abschneidens der Decimalbrüche gelten.

3. Ist endlich eine gebrochene oder gemischte Zahl durch einen Decimalbruch zu dividieren, so verwandelt man in der Regel jene in einen Decimalbruch, falls es nicht einfacher sein dürfte, zuerst nach den in § 67 gegebenen Regeln zu verfahren. Z. B.

$$\begin{array}{rcl}
 1. \quad 47,2916 \cdot 13\frac{7}{8} & 2. \quad 169,328:74\frac{5}{8} & 3. \quad 3852,476:87\frac{1}{2} \\
 \hline
 662,0824 & 169,328 \cdot \frac{13\frac{7}{8}}{1} & 38,52476:7 \\
 -5,91145 & = 3047,904:1337 & 5,503537 \left(87\frac{1}{2} = \right. \\
 \hline
 656,17095 & = 2,279659 & \left. \frac{7}{8} \cdot 100 \right) \\
 & & 44,028297
 \end{array}$$

$$4. \quad \frac{15}{16}:0,547 = 0,9375:0,547 \text{ oder } = 15:8,752.$$

Berechne folgende Aufgaben auf 5 Decimalstellen!

- 1761) a. $90,5724 \cdot \frac{49}{72}$ b. $4,2159 \cdot \frac{55}{98}$ c. $\frac{57}{64} \cdot 29,3168$
 1762) $732,864 \cdot \frac{13}{16}$ $\frac{91}{120} \cdot 0,83754$ $54,1297 \cdot 8\frac{8}{15}$
 1763) $6,035 \cdot 15\frac{15}{32}$ $21\frac{2}{7} \cdot 0,8632$ $3,684 \cdot 99\frac{11}{12}$
 1764) $9\frac{465}{1728} \cdot 4,42875$ $37\frac{24}{25} \cdot 28,91$ $17,934 \cdot 174\frac{35}{36}$
 1765) $17,3645:\frac{25}{8}$ $0,86245:\frac{62}{64}$ $342\frac{5}{8}:29,278$
 1766) $1007\frac{23}{32}:9,875$ $6\frac{85}{112}:0,4542$ $87\frac{121}{44}:6,34375$
 1767) $3,9358:\frac{143}{168}$ $4089,35:23\frac{4}{5}$ $\frac{9}{16}:0,432$
 1768) $2104,79:159\frac{17}{24}$ $62801,4:1054\frac{29}{32}$ $\frac{17}{28}:0,0962.$

10. Multiplikation und Division.

§ 104.

Beispiele.

1. $83,7216:3,4:0,19 \cdot 7,749:7,38:5,6 = 24,624:0,19 \cdot 1,107:7,38$
 $:0,8 = 129,6 \cdot 0,123:0,82:0,8 = 162 \cdot 0,3:2 = 24,3.$

$$2. \quad 4,375 : 9\frac{1}{7} \cdot 25,6 \cdot 2\frac{5}{12} : 16\frac{1}{3} : 1,25 = 4,375 \cdot \frac{7}{64} \cdot 25,6 \cdot \frac{29}{12} \cdot \frac{3}{49} \cdot \frac{4}{5} \\ = 0,125 : 16 \cdot 6,4 \cdot 29 = 0,05 \cdot 29 = 1,45.$$

Berechne folgende Aufgaben unter Berücksichtigung von § 21!

- 1769) a. $61,776 : 0,143 : 7,2 \cdot 0,1$ b. $210,672 : 0,01 : 334,5 \cdot 5,9$
 1770) $1052,388 \cdot 1,224 : 71,3 : 6,97$ $7,6032 : 43,2 : 0,011 \cdot 1,48$
 1771) $21,7728 \cdot 8,67 : 652,8 : 0,1377$ $2073,6 \cdot 0,001 : 14,56 \cdot 9,1$
 1772) $16,75 \cdot 11,625 : 3\frac{1}{9} : 0,744$ $10\frac{5}{8} \cdot 23,875 : 0,5625 : 1\frac{2}{7}$
 1773) $32,0625 \cdot 1,96 : 2\frac{5}{7} \cdot 1,6 : 5,4$ $141,96 : 3,275 \cdot 14,25 : 2\frac{5}{17}$
 1774) $0,3925 : 16,35 : 4\frac{1}{3} \cdot 20\frac{7}{16}$ $346,625 : 3\frac{8}{13} : 2,36 : 7,8125$
 1775) $0,01 : 0,004 \cdot 26,8736 : 47,5 : 0,1 \cdot 2,349 : 179,01 : 0,464$
 1776) $159,885 \cdot 2,48 : 32,3 : 0,3069 \cdot 28,67 : 23,5 : 0,61$
 1777) $40,25 : 12,92 : 15\frac{1}{3} \cdot 8,55 : 8,125 \cdot 24\frac{2}{7} : 0,0001 \cdot 0,01$
 1778) $6,473736 : 0,3672 \cdot 0,01 \cdot 5,7 : 33,497 : 0,001 \cdot 3,33333$
 1779) $14,375 \cdot 0,925 : 3\frac{8}{7} : 11,5625 : 0,92 \cdot 0,1 \cdot 2\frac{1}{4} : 0,001$
 1780) $49,4 : 1,88 : 0,01 : 5\frac{8}{9} : 12\frac{6}{7} \cdot 6,625 \cdot 0,001 \cdot 3\frac{8}{13}.$

11. Die vier Spezies in Verbindung.

§ 105.

Beispiele.

1. $(17,815 + 6,43 \cdot 17 - 20,056 : 2,3) \cdot (17,532 : 0,36 - 2,95 \cdot 8,63 \\ + 1,7585) - 2164,625 = (127,125 - 8,72) \cdot (48,7 - 25,4585 \\ + 1,7585) - 2464,625 = 118,405 \cdot 25 - 2164,625 = 2960,125 \\ - 2164,625 = 785,5.$
2. $\frac{13,4862 : 0,753 + 2,95 \cdot 17,3 - 21,8465}{3,85 \cdot 42\frac{3}{4} - 694\frac{5}{8} : 82,453 + 9,5 : 1\frac{6}{13}} + \frac{13\frac{7}{12} \cdot 0,95}{4,68 : 29\frac{1}{15}} \quad (4) \\ = \frac{17,91 + 51,035 - 21,8465}{163,35 - 8,413 + 6,5} + \frac{163 \cdot 0,95 \cdot 448}{4,68 \cdot 15 \cdot 12} = \frac{47,0985}{161,437} \\ + 867,16 : 10,53 = 0,2917 + 82,3514 = 82,6431 \text{ ca.}$

1. Berechne folgende Aufgaben mit Rücksicht auf § 23!

- 1781) $(13,8 \cdot 7,25 - 93,65) \cdot (5,21 + 6,018 : 1,7) - 24,3$
 1782) $(2,478 \cdot 1,5 + 16,475) \cdot (103,24 - 106,01 : 58) - 1347,865$
 1783) $(247,65 + 0,174 : 0,12) \cdot (17,3 \cdot 0,96 - 1,4108) + 37,725$
 1784) $(237,387 : 26,5 - 7,208) \cdot (30,5583 : 1,85 + 3,95 \cdot 7,468)$
 1785) $(19,57 : 0,1 - 9,86 \cdot 7,5) \cdot (14,459 + 58,9 : 190 - 47,32 \cdot 0,31)$
 1786) $(13,68 \cdot 170 - 5000,7 : 4,22) \cdot (3,45 \cdot 0,698 + 75,637 : 17,59) - 9,45$
 1787) $(343,42 - 233,772 : 12,1) : (6723,8 \cdot 0,01 + 62,402) + 22,5$
 1788) $(3,01 + 126,002 : 25,1) : (12,769 \cdot 1,13 - 7,12897) + 1,9$
 1789) $(252,83 \cdot 2,4 + 2368,92 : 1,9) : (42,85 \cdot 7,1 - 58,270625 : 0,875)$
 1790) $(45,362 : 3,7 + 17,2 \cdot 19,45) : (473,1 \cdot 0,27 - 6698,83 : 190)$
 1791) $(109,98 : 46,8 - 2,75 + 9,875 \cdot 0,64) : (1,278 + 20,5029 : 18,81)$
 1792) $(99,878 + 1,001 : 0,01) : (1 : 0,001 - 0,00999 - 0,137 \cdot 0,73)$

- 1793) $(31,25 \cdot 1,3 + 0,795 \cdot 6,1 - 3,050215 : 0,07) \cdot (8,374 \cdot 99,2 - 142,965 : 0,18 + 11,373 : 2,5) + 129,727 : 5,87$
- 1794) $(312,5 \cdot 3,2 + 0,01 : 0,0001 - 27,243 : 0,027) : (17,808 : 4,8 - 12,5102 : 0,71 + 1,3 \cdot 20,7) + 27262,5 : 1500$
- 1795) $(465,82 \cdot 8,75 - 4056,983 + 0,10534 : 0,23) + (1,47 \cdot 9,5 - 416,66784 : 49,17 - 4,513) - 140,454 : (102,47 - 94,37)$
- 1796) $(1,65872 - 14,857 : 17,9 + 2,49 \cdot 0,872) \cdot (11,6653 : 164,3 + 37,8 \cdot 9,54 - 276,829 : 0,994) - 16,75 \cdot 13,28$
- 1797) $(1,01 : 0,001 - 11,1 : 0,074 + 2,32 \cdot 100) : (10,001 : 0,01 + 0,24 \cdot 1,1 - 1 : 0,001) + (9823,64 + 1884,218) : 91,72$
- 1798) $(735,2646 + 43,27 \cdot 11,6 - 66,4418 : 7,1) : (23,27 \cdot 6,3 - 23,582 + 47,39 : 8,75) - 0,2048 \cdot (42,37 - 26,745)$
- 1799) $[1802 : 0,34 - 20,9155 : 2,95 + (27,9693 : 0,9 - 8 : 0,25 + 3) - (2,54 \cdot 0,03235 + 0,169085 : 35)] : 16,292$
- 1800) $[(72,68 : 2,3 - 22,2036) : 0,68 - 10,9937] : 73,9 + 5,766 : 0,155] : 16,19 + 58,0363 : 34,139$
- 1801) $[1,3 \cdot 2,36 \cdot 19,5 - (26,082 : 0,69 + 1,35 \cdot 2,1) - 4,056 : 5,2 + 1,4 \cdot (37,885 - 1,665 : 0,45 + 51,348 : 2,64)] : 27,4 - 1,5$
- 1802) $[(10,1 \cdot 59,37 - 88,126) : 3,5 + 41,16 \cdot 16,9] : 9,62 - 59,6] \cdot (2,348 + 65,042 : 8,5) - 2,79 : 0,1 + 2,04 \cdot 81,9 : 8,84$
- 1803) $223,6 \cdot 9,75 - [(19,4 + 0,644 : 2,3 - 139,2 \cdot 0,14) \cdot [50,312 : 1,9 + (47,3 \cdot 22,2 - 502,23) : 13,5 - 0,892] + 72 \cdot 0,26] : 0,018$
- 1804) $(3,87 \cdot 2,3 + 28,7 \cdot 62,5 - 14901,52 : 170) : (3,78 \cdot 4,9 - 558,4346 : 9,3 + 19,3 \cdot 8,75) - 150,2208 : 83,456$

2. Berechne folgende Aufgaben auf die in Klammern beige-setzte Anzahl von Decimalstellen!

- 1805) $(24,35 \cdot 5,68 + 7,459) \cdot (169,371 : 12,75 - 8,249) \quad (3)$
- 1806) $(4,828 : 0,825 - 2,953) \cdot (0,439 : 0,738 + 2,395 \cdot 6,184) \quad (3)$
- 1807) $(3,465 \cdot 7,298 - 14,036 \cdot 0,275) \cdot (64,72 : 3,236 - 791,54 : 46,7) \quad (3)$
- 1808) $(19,35 + 2,8 \cdot 0,93 - 8,45 : 6,5) : (256,48 \cdot 0,05 - 0,12 : 0,01) \quad (2)$
- 1809) $(256,44 \cdot 0,89 + 42,898 : 19,35) : (3,46 : 0,17 - 764,35 \cdot 0,025) \quad (2)$
- 1810) $(2,348 : 0,625 - 0,978 \cdot 1,246) : (0,875 \cdot 0,512 + 84,237 : 29,405) \quad (3)$
- 1811) $(8,253 - 192,365 : 47,289 + 3,462 \cdot 27,658) \cdot (82,305 : 125,497 + 124,763 - 93,247 \cdot 1,238) + 1,6625 : 1,9 \quad (3)$
- 1812) $(2,45 \cdot 17,869 - 382,519 : 21,48 + 57,3249) : (0,3285 : 0,096 + 47,2865 - 928,456 \cdot 0,047) + 73,921 \cdot 0,4 \quad (4)$
- 1813) $(129,56 \cdot 0,473 + 13,48 : 27,56 - 0,245 : 0,0784) \cdot (1043,78 : 256,475 - 8,257 \cdot 0,314 + 93,657 : 124,89) - 53,462 \quad (3)$
- 1814) $(34,3 : 0,35 + 1,7 \cdot 923,48 - 1,61 : 1,15) : (0,93 \cdot 1045,8 - 861,27 - 0,477 : 0,0424) + 27,385 : (14,36 \cdot 2,8 - 37,124) \quad (3)$
- 1815) $(115,7 : 22,25 + [[9,47 \cdot 18,3 - 486,92 : (20,43 + 45,41 : 38,24)] \cdot (1035,6 \cdot 0,275 - 198,65) + 5,777 : 11,84] : 39,265 \quad (3)$
- 1816) $365 : (8,34 \cdot 0,97 - 6,215) - 0,017 \cdot [13,8 + [(287,13 : 9,01 - 6,47) : 17,436 - 0,57] \cdot (20,18 \cdot 4,1 + 3,8) - 16,96 : 1,368] \quad (4)$

- 1817) $\frac{623,45 + 9,71 \cdot 0,63 - 481,1 : 1,415}{18,75 \cdot 7,34 - 466,7 : 28,72 + 30,485} + 0,296 \cdot 13,5$ (3)
- 1818) $\frac{31,7 \cdot 1,25 - 245,3 : 0,1784 + 59,62 \cdot 32,14}{0,2895 : 3,088 + 6,1 \cdot 4,723 - 6,57 : 2,92} - 277,1 : 40,75$ (4)
- 1819) $\frac{4,358 \cdot (12,67 + 501,9 : 3,824) - 293,716}{17,42 - (3,518 \cdot 24,62 + 108,253) : 41,532} + 0,478 \cdot 63,295$ (5)
- 1820) $\frac{7,553 : 0,1328 + 36\frac{7}{12} - 8\frac{5}{7} \cdot 9,051}{346\frac{5}{9} : 40,876 - 1023,5 : 64\frac{11}{15} + 27,48} - \frac{3,785 \cdot \frac{11}{13}}{2\frac{9}{16} : 0,467}$ (6)
- 1821) $\frac{(13\frac{25}{42} \cdot 2,348 + 47\frac{19}{24} - 149,73 : 9\frac{65}{72}) \cdot (0,24 + \frac{9}{13} \cdot 34,83)}{42,357 - (689,12 : \frac{47}{60} + 0,426) : (137,8 - 6,477 : 0,406)}$ (5)

12. Reduktion benannter Decimalbrüche.

§ 106. Verbindet man die in § 27 und § 28 gegebenen Sätze mit den für die Bruchrechnung nötigen Regeln, so bieten die folgenden Aufgaben nicht die mindeste Schwierigkeit. Gehören die Masse dem Decimalsystem an, so kann das Resultat auf Grund der Dekadik sogleich angegeben werden.

a) Verwandlung höherer Einheiten in niedere.

(Resolvierung.) Beispiele.

1. $764,5098035 = 764 \text{ kg } 509 \text{ g } 803,5 \text{ mg.}$
2. $398,7046035 \text{ qm} = 398 \text{ qm } 70 \text{ qdm } 46 \text{ qcm } 3,5 \text{ qmm.}$
3. $43,0605028 \text{ cbm}$ sind wie viel cbm , cdm , ccm und cmm ?
 $43,0605028 \text{ cbm} = 43 \text{ cbm } 60 \text{ cdm } 502 \text{ ccm } 800 \text{ ccm.}$
4. $109,625 \text{ \$} \text{ à } 4\frac{1}{4} \text{ M.}$; wie viel M. und S. ?
 $109,625 \cdot 4\frac{1}{4} = 438,5 + 27,406 = 465,906 \text{ M.} = 465 \text{ M. } 91 \text{ S.}$

Aufgaben.

- 1822) a. $0,85417 \text{ Grfs.}$; b. $9,3625 \text{ Grfs.}$; wie viel Grfs. , Dtz. , Stek. ?
- 1823) a. $13,8485 \text{ Bll.}$; b. $0,706 \text{ Bll.}$; wie viel Bll. , Rs. , Bch. u. Bg. ?
- 1824) a. $4,625 \text{ Ml.}$; b. $0,34678 \text{ Ml.}$; wie viel Ml. , km und m ?
- 1825) a. $0,40869$; b. $7,304065 \text{ km}$; wie viel m und cm ?
- 1826) $43,7804905$; $9,2830465 \text{ qm}$; wie viel qm und qcm ?
- 1827) $8,06724$; $13,490708 \text{ ha}$; wie viel ha , a. und qm ?
- 1828) $3,206085$; $7,0150064 \text{ cbm}$; wie viel cbm , cdm und ccm ?
- 1829) $9,8046875$; $4,315625 \text{ c}^0 \text{ddc}$; wie viel c^0 , c' und c'' ddc ?
- 1830) a. $800,93027 \text{ hl}$; b. $41,0058 \text{ hl}$; wie viel hl , l und ccm ?
- 1831) $5,32685$; $0,650048$; $29,03745 \text{ t}$; wie viel t , kg und g ?
- 1832) $6,071084$; $37,2040896 \text{ kg}$; wie viel kg , g und mg ?
- 1833) a. $14,875 \text{ Ztr.}$; b. $9,8125 \text{ Ztr.}$ sind wie viel Ztr. , H. und g ?
- 1834) a. $9,375$; b. $87,607$; c. $243,27 \text{ M.}$; wie viel M. und S. ?
- 1835) a. $365,2423 \text{ Tg.}$; b. $354,367 \text{ Tg.}$; wie v. Tg. , Std. , Min u. Sek. ?

- 1836) a. 241,5 holl. 10 fl Stck. à 16,65 $\mathcal{M}$; b. 81,5 $\#$ à 9,55 $\mathcal{M}$;
 c. 74,5 Doppel-Ld'or à 32,95 $\mathcal{M}$ sind wie viel $\mathcal{M}$ und $\mathcal{S}$?
 1837) a. 317,5 $\$$ à 4,18 $\mathcal{M}$; b. 52,735 $\pounds$ à 20,42 $\mathcal{M}$; w. v. $\mathcal{M}$ und $\mathcal{S}$?
 1838) a. 123,625; b. 87,75 Npln à 16,24 $\mathcal{M}$; wie viel $\mathcal{M}$ und $\mathcal{S}$?
 1839) a. 74,25; b. 109,873 Imp à 16,7 $\mathcal{M}$; wie viel $\mathcal{M}$ und $\mathcal{S}$?
 1840) London. a. 103,6875; b. 82,625 $\pounds$; wie viel $\pounds$, s und d?
 c. 0,65625; d. 0,734375 Cwt; wie viel Qr, $\mathfrak{H}$ und oz?

§. 107. b) Verwandlung niederer Einheiten in höhere.
 (Reduktion im engeren Sinne.)

Beispiele.

1. 147 km 82 m 90 cm 3,5 mm = 147,0829035 km.
2. 94 l 7 ccm 83,5 cmm = 94,0070835 l oder cdm.
3. 79 $\mathfrak{H}$ = 325 g; wie viel Ztr? $325 \text{ g} = 325 : 500 = 0,65 \mathfrak{H}$
 $79,65 \mathfrak{H} = 79,65 : 100 = 0,7965 \text{ Ztr.}$
4. 2074 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$ sind wie viel $\pounds$ à 20 $\mathcal{M}$ 45 $\mathcal{S}$?
 $2074,75 : 20,45 = 414,95 : 4,09 = 101,2103 \pounds.$

Aufgaben.

- 1841) a. 8 Dtz 3 Stck; b. 13 Grfs 10 Dtz 6 Stck; wie viel Grfs?
- 1842) a. 13 Bch 48 Bg, b. 4 Rs 7 Bch 3 Heft 5 Bg; wie viel Bl?
- 1843) a. 43,7 km; b. 106,375; c. 2317,25 km; wie viel Ml?
- 1844) a. 2 km 850 m, b. 14 km 370,5 m, c. 29,48 m; wie viel km?
- 1845) a. 24 cm 5 mm, b. 2 m 79,5 cm, c. 53,76 cm; wie viel m?
- 1846) de a. 6' 4" 7,5''; b. 142' 8,5''; c. 37' 9,25''; w. v. de Ruten?
- 1847) a. 107 a 80 qm, b. 69 a 5 qm, c. 8 a 75 qm; wie viel ha?
- 1848) a. 5 qdm 8,5 qcm; b. 23 qdm 37,6 qcm; wie viel qm?
- 1849) a. 37 qkm 4 ha 5 a, b. 24 qkm 70 ha 30 a; wie viel qkm?
- 1850) a. 71 3 ccm 50,6 cmm; b. 42 ccm 8,5 cmm; wie viel cbm?
- 1851) a. 23 hl 76,5 l; b. 91 480 ccm; c. 301 65 ccm; wie viel hl?
- 1852) a. 7 Std 43 Min 11,5 Skd. b. 16 Std 35 Min 35,5 Skd; w. v. Tg?
- 1853) a. 1869 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$, b. 2387 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$; w. v. 20 fs-Stck à 16 $\mathcal{M}$ 10 $\mathcal{S}$?
- 1854) a. 9 Ztr 87 $\mathfrak{H}$ 106,54 g; b. 73 $\mathfrak{H}$ 246,75 g; wie viel Ztr;
- 1855) a. 307 kg 45 g; b. 83 kg 750 g; c. 9 kg 800 g; wie viel t?
- 1856) 2463 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{S}$, w. v. a. $\pounds$ à 10,25 $\mathcal{M}$? b. Imp à 16 $\frac{2}{3}$ $\mathcal{M}$?
- 1857) a. 3071 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$; w. v. a. $\#$ à 9 $\mathcal{M}$ 56 $\mathcal{S}$? b. $\$$ à 4 $\mathcal{M}$ 18 $\mathcal{S}$?
- 1858) a. 3027 fl 68 kr, b. 2491 fl 75 kr; w. v. Svd'dor à 13 fl 95,5 kr?
- 1859) London. a. 93 Qr 22 $\mathfrak{H}$ 12 oz; b. 7. 13. 8.; wie viel Tons?
 c. 9 oz 17 dwt 12 gr., d. 11 oz 12 dwt 18 gr; wie viel Tr $\mathfrak{H}$?
- 1860) Petersburg. 17 Bkz 8 Pd 28 $\mathfrak{H}$ 49 Sol 48 Dl; wie viel Bkz?

13. Addition benannter Decimalbrüche.

§ 108.

Beispiele.

1. 64,058 hl + 273 hl 904,5 ccm + 937,5 l + 70,04 l.
 + 21 hl 96,5 ccm + 850 hl 7,298 l.

2. London. $143\text{ £ } 17,5\text{ s} + 9\text{ £ } 8,75\text{ s} + 26\text{ £ } 17,6\text{ s} + 152\text{ £ } 14,8\text{ s}$
 $+ 27\text{ £ } 19,25\text{ s} + 8\text{ £ } 16,67\text{ s}.$

1. $64,058\text{ hl}$
 $273,009045\text{ „}$
 $9,375\text{ „}$
 $0,7004\text{ „}$
 $21,000965\text{ „}$
 $850,07298\text{ „}$

 $1218,21639\text{ hl}$
 $1218\text{ hl } 211\text{ } 639\text{ ccm.}$

2. $143\text{ £ } 17,5\text{ s}$
 $9\text{ „ } 8,75\text{ „}$
 $26\text{ „ } 17,6\text{ „}$
 $153\text{ „ } 14,8\text{ „}$
 $27\text{ „ } 19,25\text{ „}$
 $8\text{ „ } 16,67\text{ „}$

 $370\text{ £ } 14,57\text{ s.}$
 $370\text{ £ } 14\text{ s } 6,84\text{ d.}$

Aufgaben.

- 1861) $93,5\text{ M} + 107\text{ M } 48\text{ S} + 1042,625\text{ M} + 580\text{ M } 24,5\text{ S}$
 $+ 8,375\text{ M} + 916\text{ M } 75\text{ S} + 79,75\text{ M}$ sind wie viel M u. S?
- 1862) $143,75\text{ fl} + 87\text{ fl } 60\text{ kr} + 6,875\text{ fl} + 297\text{ fl } 84\text{ kr} + 43,9\text{ fl.}$
 $+ 88\text{ kr} + 64,625\text{ fl} + 1063,7\text{ fl} + 37\text{ fl } 63\text{ kr};$ w. v. fl u. kr?
- 1863) $27\text{ Ztr } 64,36\text{ P} + 8\text{ Ztr } 9,375\text{ P} + 13\text{ Ztr } 47,5\text{ P} + 87,632\text{ P}$
 $+ 9\text{ Ztr } 15,8\text{ P} + 32,87\text{ Ztr}$ sind wie viel Ztr, P und g?
- 1864) $437,0245\text{ kg} + 68\text{ kg } 97,5\text{ g} + 408,735\text{ g} + 9,6307\text{ kg}$
 $+ 58,07042\text{ kg} + 920\text{ kg } 840,753\text{ g} + 6,007038\text{ kg};$ w. v. kg?
- 1865) $90,06074\text{ km} + 180\text{ km } 200,034\text{ m} + 7\text{ km } 5,0024\text{ m} + 8,6\text{ km}$
 $+ 13,508\text{ km} + 900,0742\text{ m} + 3,0045\text{ km};$ wie viel km?
- 1866) $17,85\text{ m} + 9,316\text{ m} + 78,3\text{ cm} + 20,475\text{ m} + 105,078\text{ m} + 607,5\text{ cm.}$
- 1867) $13,075\text{ qm} + 9\text{ qm } 43,6\text{ qcm} + 0,23195\text{ qm} + 47,375\text{ qm}$
 $+ 8\text{ qm } 990,6\text{ qcm} + 1731,58\text{ qcm}$ sind wie viel qm und qcm?
- 1868) $47,085\text{ ha} + 83,75\text{ ha} + 106,298\text{ ha} + 74,375\text{ a} + 9,7325\text{ ha}$
 $+ 92,875\text{ a} + 265,48\text{ ha}$ sind wie viel ha und a?
- 1869) $dc\text{ } 907,635\text{ q}' + 17\text{ q}^0\text{ } 48,3\text{ q}' + 7\text{ q}'\text{ } 80,095\text{ q}'' + 74,038\text{ q}'$
 $+ 26,54375\text{ q}^0 + 37\text{ q}'\text{ } 69,048\text{ q}'' + 400,056\text{ q}'\text{ dc};$ w.v. $\text{q}^0, \text{q}'\text{ u. } \text{q}''$?
- 1870) $327,065\text{ ha} + 17\text{ qkm } 43,75\text{ a} + 807,6\text{ ha} + 21,035\text{ qkm}$
 $+ 83\text{ ha } 27,6\text{ a} + 53,615\text{ a} + 9\text{ ha } 8,7\text{ qm};$ wie viel ha?
- 1871) $28,157\text{ cbm} + 9080,0035\text{ ccm} + 741\text{ l oder cdm } 63,75\text{ ccm}$
 $+ 801,875\text{ cdm} + 10\text{ cbm } 8,6\text{ ccm} + 53,375\text{ cbm};$ w.v. cbm?
- 1872) $19,481 + 7,6 + 103,975 + 28,74 + 0,937 + 120,48\text{ l.}$
- 1873) $dc.\text{ } 9\text{ c}^0\text{ } 15\text{ c}'\text{ } 62,8\text{ c}'' + 437,92\text{ c}' + 89\text{ c}^0\text{ } 746,3\text{ c}'' + 12,39\text{ c}^0$
 $+ 61\text{ c}'\text{ } 47,5\text{ c}'' + 4\text{ c}^0\text{ } 6,08\text{ c}'' + 12\text{ c}^0\text{ } 903\text{ c}'\text{ } 45,75\text{ c}''\text{ dc.}$
- 1874) $140,643\text{ hl} + 92,0875 + 1060,438 + 7,24059 + 527,648\text{ hl.}$
- 1875) $39,45\text{ t} + 107,375 + 8,5 + 1234,25 + 41,975 + 0,4375\text{ t.}$
- 1876) $13\text{ Tg } 21\text{ St } 37,5\text{ Min} + 9\text{ Tg } 7,14\text{ St} + 23\text{ Std } 41,6\text{ Min}$
 $+ 107\text{ Tg } 43,75\text{ Min} + 6\text{ Tg } 22,625\text{ St} + 22\text{ Tg } 5,32\text{ Std.}$

- 1877) London. 26 Tr fl 10 oz 16,48dwt + 0.10.4,833 + 12.0.17,75,
+ 5. 7. 13,625. + 9. 11, 12,6. + 7 Tr fl 9,4375 oz.
1878) 73 £ 18,25s + 8. 6,8. + 0. 13,375. + 148. 0,64. + 254,968 £
+ 35. 14,75. + 726. 5,4 + 1043. 14,5. + 19 £ 7,5 s.
1879) New-York. 642 \$ 37 cs + 91.5,6. + 8.46,25. + 207 \$ 35 cs
+ 89,5 cs + 372,91 \$ + 1046 \$ 9.3 cs + 7 \$ 86 cs.
1880) Petersburg. 17 Bkz 5 Pd 29,72 fl + 9 Pd 7,125 fl + 37.25 fl
+ 18 Bkz 3 Pd 27,67 fl + 5 Bkz 36,8 fl + 23 Bkz 4,875 Pd.

14. Subtraktion benannter Decimalbrüche.

§ 109.

Beispiele.

1. 723 kg 60,8 g — 195 kg 403,028 g.
2. 1783 M 75,5 M — 956 M 83,75 Z .

$$\begin{array}{r} 1. \quad 723,0608 \quad \text{kg} \\ - 195,403028 \quad " \\ \hline 527,657772 \quad \text{kg} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad 1783 \text{ M } 75,5 \quad \text{Z} \\ - 956 \quad " \quad 83,75 \quad " \\ \hline 826 \text{ M } 91,75 \quad \text{Z} \end{array}$$

Aufgaben.

- 1881) Um wie viel sind 496 M 83,5 Z zu vermehren, um a. 743 M 65 Z , b. 902 M 31,75 Z , c. 1000 M zu erhalten?
1882) Wie viel muß man zu 123 £ 17,75 s addieren, um a) 210 £ 8,375 s, b. 300 £, c. 402,75 £ zu erhalten?
1883) a. 215,403 — 96.0205 m; b. 483,2175 — 194,328416 km.
1884) 231,0745 — 69,5369 qm; 94,02368 — 56,1349258 qkm.
1885) 87,267 — 43,4985 a; 123,05468 — 76,895385 ha.
1886) 605,875 — 238,94355 cbm; 104,05236 — 67,1895 cbm.
1887) 341,25 — 186,375 l; 569,048 — 283,4085 hl.
1888) 569,048 — 283,4095 fl ; 1347,0528 — 859,47325 kg.
1889) 1347,0528 — 859,473 Ztr; 82,436 — 63,54872 t.
1890) de. a. 53° 2' 7,8" — 27° 3' 9,75"; b. 8° 2,4' — 9' 7,6" de.
1891) de. 107 q° 80 q' 3,25 q" — 98 q° 4 q' 26,5 q" de.
1892) de. 321 c° 6 c' 245,75 c" — 152 c° 39 c' 8,625 c" de.
1893) 54 Ztr 23 fl 340 g — 39 Ztr 84 fl 383,75 g; wie viel fl ?
1894) Von zwei Holzstössen mißt der eine 1043 s 76,5 cs, der andere 769 s 48,75 cs; wie groß ist der Unterschied?
1895) a. 13 Grfs 4,5 Dtz — 9. 8,75; b. 21. 8,25. — 14 Grfs 10,75 Dtz.
1896) 29 Tg 17 Std 43,25 Min — 18 Tg 21 Std 50,75 Min.
1897) 10 Bll 3 Rs 2,5 Beh — 6 Bll 7 Rs 4,75 Bch; wie viel Bll?
1898) London. 17 Ton 8 Cwt 109,64 fl — 10 Tn 13 Cwt 75,625 fl .
1899) London. 42 Tr fl 7 oz 13,5 dwt — 19 fl 10 oz 18,75 dwt.
1900) Petersburg. 37 Pd 14,375 fl — 19 Pd 27 fl 83,5 Sol.

15. Addition und Subtraktion benannter Decimalbrüche.

§ 110.

Beispiele.

1. Forderung des A	Schuld des A
134 <i>M</i> 83,5 <i>℔</i>	263 <i>M</i> 14,25 <i>℔</i>
87 " 48 "	8 " 93,5 "
2361 " 52,75 "	1372 " 50 "
9 " 7,5 "	91 " 81,75 "
803 " 70 "	407 " 28,5 "
1072 " 64,25 "	1529 " 62,5 "
4459 <i>M</i> 26 <i>℔</i>	3673 <i>M</i> 30,5 <i>℔</i>
— 3673 " 30,5 "	
785 <i>M</i> 95,5 <i>℔</i>	

beträgt der Ueberschufs.

2. Ein Grofshändler kaufte von einer Ware folgende Quantitäten: 953 kg 800 g + 407 kg 65 g + 683 kg 904,7 g + 1026,475 kg + 87 kg 46,5 g und verkaufte davon: 1062 kg 47,8 g + 97 kg 406 g + 453 kg 2,8 g + 774,826 kg + 9 kg 763 g. Wie viel behielt er auf dem Lager?

a) Einkauf.	b) Verkauf.	e) Rest.
953,8 kg	1062,0478 kg	a) 3158,2912 kg
407,065 "	97,406 "	— 2397,2456 "
683,9047 "	453,0028 "	761,0456 kg.
1026,475 "	774,826 "	== 761 kg 45,6 g.
87,0465 "	9,763 "	
3158,2912 kg	2397,0456 kg	

§ 111.

Aufgaben.

- 1901) Ein Kaufmann erhält 6 Fässer Zucker. Das Bruttogewicht beträgt 11 Ztr 43,5 *℔*; 9. 87,25.; 10. 9,375.; 8. 92,64.; 11. 37,8.; 9 Ztr 74,875 *℔*; die Tara bez. 1 Ztr 7,65 *℔*; 82,375 *℔*; 97,8 *℔*; 69,875 *℔*; 98,75 *℔*; 79,4 *℔*. Wie groß ist im ganzen a. die Tara, b. das Bruttogewicht und c. das Nettogewicht?
- 1902) Ein Getreidehändler kaufte auf verschiedenen Plätzen: a. 13068,24 kg Weizen und 7943,75 kg Gerste; b. 10870,5 kg Weizen und 9027,875 kg Gerste; c. 18367,375 kg Weizen u. 11009,5 kg Gerste und verkaufte davon a. 14983,125 kg Weizen und 8238,625 kg Gerste; b. 9072,75 kg Weizen und 5148,25 kg Gerste; c. 10193,5 kg Weizen und 4365,375 kg Gerste; w. v. kg Weizen und Gerste blieben auf dem Lager?
- 1903) Ein Grofshändler kaufte von einer Ware: 17,438 Ztr + 8,3075 + 23,467 + 15,98 + 37,8945 + 18,735 Ztr und verkaufte davon: 13,65 Ztr + 9,8275 + 15,308 + 20,0625 + 19,476 + 7,6075 Ztr. Wie viel behielt er auf dem Lager?

- 1904) A erhält an Zeug: $23,45 + 117,185 + 41,5 + 9,725 + 31,0675 + 17,875$ m und verkauft davon: $24,75 + 8,375 + 19,4235 + 7,98 + 37,8 + 42,935$ m. Wie viel m bleiben auf Lager?
- 1905) Zu einem Güterkomplex wurden gekauft: $6,478\text{ha} + 4,0975 + 12,06505 + 10,3064 + 39,05 + 28,0625\text{ha}$; verkauft dagegen: $8,054\text{ha} + 6,89238 + 14,0095 + 3,27625 + 12,635 + 20,08\text{ha}$; welches ist die Vergrößerung?
- 1906) In einem Wiener Geschäft wurden vereinnahmt: 67 fl 49,5 kr; 103. 8,75.; 417. 63,25.; 9. 81,5. und 1024. 60,25.; verausgabt: 286. 71,25.; 91. 7,5.; 8. 27,75.; 302. 90,5. und 417 fl 83,25 kr. Wie groß ist der Ueberschufs?
- 1907) Ein Geschäftsmann hat von Fournieren auf Lager: $27,85\text{ qm} + 103,0475 + 9,675 + 41,7096 + 83,19465\text{ qm}$. Davon verkauft er: $31,0284\text{ qm} + 24,975 + 107,83098 + 23,478 + 8,0264\text{ qm}$. Wie viel behält er übrig?
- 1908) In einem Lager befinden sich: $43,785\text{ cbm} + 73,2975 + 9,273445 + 81,09065\text{ cbm}$ Steine. Davon verkauft man: $37,675\text{ cbm} + 49,07435 + 23,7368 + 8,245876 + 51,78375\text{ cbm}$. Wie groß ist der Rest?
- 1909) Ein Weinhändler kaufte folgende Quantitäten: $43,75\text{ hl} + 108,975 + 214,5 + 9,0725 + 162,438\text{ hl}$ Wein und verkaufte davon: $207,835\text{ hl} + 51,76 + 13,925 + 123,6375 + 46,875\text{ hl}$. Wie viel blieb auf dem Lager übrig?
- 1910) In einem Londoner Geschäft wurden vereinnahmt: 93 £ 17,5 s; 106. 8,75.; 567. 13,25.; 8. 18,42.; 65 £ 9,8 s und 234,6875 £; verausgabt: 127 £ 8,25 s; 51. 14,3.; 326. 5,83.; 249 £ 18,6 s; 93,84 £ und 19,625 s. Wie groß ist der Ueberschufs der Einnahme über die Ausgabe?

16. Multiplikation benannter Decimalbrüche.

§ 112. Wie bei der Addition und Subtraktion, so reduziert man auch bei der Multiplikation und Division die dem Decimalsysteme angehörigen benannten Zahlen zunächst auf die gewöhnlich angewendete höchste Masseinheit, behandelt die hiedurch erhaltenen Decimalbrüche nach den für diese gegebenen Regeln und gibt zuletzt das Resultat in den verschiedenen landesüblichen Masseinheiten an. Betreffs der übrigen benannten Zahlen wird ausserdem auf die Regeln verwiesen, welche dann in Anwendung kommen, wenn neben Decimalbrüchen auch gemeine Brüche mit Vorteil in die Rechnung aufgenommen werden.

Beispiele.

1. 1 Ztr kostet 27 *M* 68 *℔*; wie teuer sind 23 Ztr 84,5 *℔*?
2. 1 qm kostet 2 *M* 85 *℔*; wie teuer sind 73,054 qm?

1. $23,845 \cdot 27,68$

$$\begin{array}{r} 47690 \\ 166915 \\ \hline 143070. \end{array}$$

$$660,0296 \text{ M} = 660 \text{ M } 3 \text{ S.}$$

$$208,2039 \text{ M}$$

$$= 208 \text{ M } 20 \text{ S.} \quad \text{malstellen.)}$$

2. $73,054 \cdot 2,85$ oder $73,054 \cdot 2,85$

$$\begin{array}{r} 146108 \\ 584432. \\ \hline 208,2039 \text{ M} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14611 \\ 5844 \\ \hline 208,20 \end{array}$$

$$208,20 \text{ (auf 2 Deci-}$$

$$\text{malstellen.)}$$

3. 1 Ztr kostet 19 fl 58 kr; wie teuer 47 Ztr 68 S?

4. London. 1 oz ☉ kostet $77\frac{7}{8}$ s; wie teuer 7 Tr 10 oz 12,5 dwt?
 $12, \text{ dwt} = 12,5 : 20 = 0,625 \text{ oz}; 7 \text{ Tr } 10 \text{ oz} = 94 \text{ oz.}$

3. $47,68 \cdot 19,58$

$$\begin{array}{r} 42912 \\ 23840 \\ \hline 933,5744 \text{ fl} \end{array}$$

$$933 \text{ fl } 57 \text{ kr.}$$

4. $94,625 \cdot 77\frac{7}{8}$

$$\begin{array}{r} 662,375.11 \\ 7286,125 \\ \hline 82,797.7:8 \end{array}$$

$$7368,922 \text{ s} = 368 \text{ £ } 8 \text{ s } 11 \text{ d.}$$

$$82,797.7:8$$

$$7368,922 \text{ s} = 368 \text{ £ } 8 \text{ s } 11 \text{ d.}$$

§ 113.

Aufgaben.

1911) Wie teuer sind 63,25 S à 38 M 90 S pr. Ztr?

1912) " " " 58,125 m à 5 M 45 S oder à 4 fl 82 cs?

1913) " " " a. 128,736; b. 54,98 qm à 1 M 75 S?

1914) " " " a. 57,6845; b. 103,625 cbm à 19,48 M?

1915) " " " a. 19,487; b. 87,25 hl à 36,58 M?

1916) " " " a. 873,0945; b. 61,375 kg à 1 fl 80 kr?

1917) " " " a. 97,86 hl; b. 262,5 l à 43,5 fs pr. hl?

1918) " " a. 107,25 Qr, b. 72,875 Qr à 41 \$ 36 cs?

1919) " " a. 43,625 Cant., b. 0,648 Cant. à 39 £ 54 cs?

1920) " " 23 Pd 37,5 S à 18 R⁰S 72 Kop pr. Pd?

1921) " " 7 Tns 13 Cwt 84,5 S à 16 £ 9,7 d pr. Cwt?

1922) " " 21 Tr 9 oz 13,583 dwt D à 5,5 s pr. oz?

1923) " " 19 Grfs 10,75 Dtz à 93 M 65 S pr. Grfs?

1924) " " a. 68,456 ha; b. 107,85 a à 237,45 fl pr. ha?

1925) " " 13743,875 kg à 251 M 15 S pr. Tonne?

1926) " " a. 35,785 Ztr, b. 69,75 S à 293 M 85 S pr. Ztr?

1927) " " 17 S 312,5 g ☉ à 1361 M 50 S pr. S?

1928) Wie viel M und S für 86 £ 17,25 s à 20 M 35 S pr. £?

1929) " " fs und cs für 1953 M 45 S à 1 fs 25 cs pr. M?

1930) " " M und S für 259 \$ 48 cs à 4 M 18 S pr. \$?

1931) " " M u. S für 1687 R⁰S 50 Kop à 3 M 20,5 S pr. R⁰S?

1932) " " £ und s für 1987,25 M à 20,33 M pr. £?

1933) Was ist das 11,25fache von a. 7 Ztr 83,64 S? b. 129,48 kg?

1934) " " " 17,375 " " a. 52 fl 48 kr? b. 103 fl 72 kr?

1935) " " " 139,8 " " a. 79 M 78 S? b. 8 M 35 S?

1936) " " " 18,65 " " a. 25.479 hl? b. 183,8 l?

1937) Die Geschwindigkeit des Schalles beträgt 1038,06' par.; welche Strecke durchläuft derselbe in a. 37,25 Sek? b. 19,75 Sek?

- 1938) Wenn zwischen dem Aufblitzen und dem Knall einer Kanone 6,5 Sekunden vergingen; wie weit war diese entfernt?
 1939) Zwischen dem Blitz und dem folgenden Donner zählt man 19,5 Sek; wie weit war die Gewitterwolke entfernt?
 1940) Das Sekundenpendel ist in London 4,261608' engl. lang; wie viel Meter lang ist es, da 1' engl. = 304,795 mm ist?

17. Division benannter Decimalbrüche.

§ 114.

Beispiele.

1. 13 Ztr 87,5 fl kosten 182 fl 75 kr; wie teuer 1 Ztr?
 2. 31,06 m kosten 149 M 8 S ; wie teuer 1 m?
 3. Wie oft sind 2 Ztr 43,75 fl von 189 Ztr 64,5 fl auszuwiegen?

1. $\begin{array}{r} 182,75 \quad 13,875 \\ 4400 \overline{) 13,171 \text{ fl}} \\ 237 \quad 13 \text{ fl } 17 \text{ kr} \\ 98 \end{array}$	2. $\begin{array}{r} 149,08 \quad 31,06 \\ 2484 \overline{) 4,709} \\ 310 \quad 4 \text{ M } 71 \text{ S} \\ 30 \end{array}$	3. $\begin{array}{r} 189,645 \quad 2,4357 \\ 19020 \overline{) 77,803} \\ 1957 \quad 77,8 \text{ mal.} \\ 7 \end{array}$
--	--	--

4. Welchen Wert in fs und cs hat ein englischer Sovereign, wenn man 156 £ 13 s 6 d für 3956 fs 48 cs erhält?

$$6 \text{ d} = 0,5 \text{ s} = 13,5 : 20 = 0,675 \text{ £}$$

$$3956,48 : 156,675 = 25,25 \text{ frs} = 25 \text{ fs } 25 \text{ cs} = 1 \text{ £.}$$

5. 79,65 fl kosten 23 M 75 S ; wie teuer 1 Ztr?

$$23,75 : 0,7965 = 475 : 15,93 = 29,818 \text{ M} = 29 \text{ M } 82 \text{ S ca.}$$

§ 115.

Aufgaben.

- 1941) 24 Stck à 44,35 m kosten 2739 M 75 S ; wie teuer 1 m?
 1942) 759,8375 qm " 1964 M 80 S ; " " 1 qm?
 1943) 43,8765 q⁰ de " 453 fl 60 kr; " " 1 q?
 1944) 5809,625 a " 9053 M 45 S ; " " 1 ha?
 1945) 147,2618 cbm " 381 M 36 S ; " " 1 cbm?
 1946) 297,9 hl " 574 fl 36 cs; " " 1 hl?
 1947) 25 Ztr 69,5 fl " 1435 M 30 S ; " " 1 Ztr?
 1948) 83 fl 312,5 g " 38 M 75 S ; " " 1 Ztr?
 1949) 19 fl 437,5 g D " 1788 M 75 S ; " " 1 fl ?
 1950) Was gilt 1 Svd'or, wenn 273 Svd'or = 3920 fl 28 kr?
 1951) " " 1 £, wenn 6,8125 £ = 138 M 97,5 S ?
 1952) " " 1 Stck à 20 fs, wenn 357,5 Npln = 5702 M 12,5 S ?
 1953) " " 1 \$, wenn 425 \$ 43,3 cs = 1037 fl 65 cs?
 1954) " " 1 ital. £, wenn 2437 £ 48 cs = 1949 M 98 S ?
 1955) Für 480 fl 75 kr erhält man 384,6 g ; wie viel um 1 fl?
 1956) " 1781 M 40 S " " 31 Ztr 78,5 fl ; wie viel um 1 M ?
 1957) " 1183 M 80 S " " 1479 fs 75 cs; " " " 1 M ?
 1958) " 2631 fs 58 cs " " 1238,096 kg; " " " 1 fr?
 1959) Wie oft sind 36,75 fl von 15 Ztr 56,65 fl wegzunehmen?

- 1960) Wie oft sind 13,65 m von 2436,525 m wegzunehmen?
 1961) Wie oft sind 9,536 hl von 450,576 hl wegzunehmen?
 1962) Für 49 Ztr 37,5 fl erh. man 182 M 84 S Fracht; wie viel pr. Ztr?
 1963) London. Welcher Teil von 112 Cwt 27,5 fl sind 3 Cwt 97,5 fl ?
 1964) Wie viel Steinplatten à 1,475 q' braucht man zur Belegung einer Fläche von a. 184,375 q' ? b. 144,55 q' ? c. 94,4 q' ?
 1965) Wie viel Steine à 35,0923 hl sind zu einer Mauer von a. 6141,1525 cbm, b. 3495,19308 cbm Inhalt notwendig?
 1966) Ein Rad hat 245 Umdrehungen gemacht und hiedurch eine Strecke von 1369,748 m durchlaufen. Wie groß ist a. der Umfang? b. der Durchmesser? c. der Radius des Rades?
 1967) Das Meer bedeckt 0,734, das feste Land 0,266 der Erdoberfläche; wie viel mal so groß ist jenes als dieses?
 1968) Das Licht legt in jeder Sekunde einen Weg von 41465,4 geogr. Meilen zurück. Wie lange braucht dasselbe, um den Weg von 20 Mill. Ml. der Sonne von der Erde zurückzulegen?
 1969) Der Kolben einer Dampfmaschine, welcher in 1 Minute 45 mal hinauf und eben so oft herab ging, hatte in dieser Zeit 97,486 m durchlaufen. Wie groß war der Kolbenhub?
 1970) Die Nürnberg-Fürther Eisenbahn ist 0,88 geogr. Ml. lang, und hat 177000 fl S.W. gekostet; wie hoch kommt hiernach die Meile a. in fl S.W., b. in Mark? (7 fl = 12 M .)

18. Multiplikation und Division benannter Decimalbrüche.

§ 116.

Beispiele.

1. 2,375 Ztr kosten 29 M 65 S ; wie viel 43 Ztr 87,25 fl ?
 $29,65 : 2,375 \cdot 43,8725 = 59,3 \cdot 175,49 : 19 = 547,714 \text{ M.}$
2. Wenn 5,5 Stck à 86,75 m Flanell 1163 M 31,25 S kosten; wie viel Meter erhält man um 47 M 50 S ?
 $5,5 \cdot 86,75 : 1163 \frac{5}{16} \cdot 47,5 = 22 \cdot 347 \cdot 95 : 37226 = 3817 \cdot 95 : 18613 = 362615 : 18613 = 19,482 \text{ m.}$
3. Wie viel hl für 28 Imp.-Qrtr 5,5 Bsh, w. 100 hl = 34,39 Qrtr?
 $5,5 \text{ Bsh} = 5,5 : 8 = 0,6875 \text{ Qrt}; 2868,75 : 34,39 = 83,42978 \text{ hl.}$

§ 117.

Aufgaben.

- 1971) 37,5 fl kosten 8 M 22,5 S ; wie teuer 7 Ztr 56,25 fl ?
 1972) 14,25 m kosten 35 M 82 S ; wie teuer 386,5 m?
 1973) 13 Ztr 87,5 fl kosten 1279 M 94 S ; wie teuer 68,75 fl ?
 1974) Wie viel Fracht von 4973,85 kg à 13 fr 50 cs pr. 50 kg?
 1975) „ „ Zoll von 93 Ztr 72,5 fl à 19 fl 25 kr pr. 10 Ztr?
 1976) „ „ Fracht von 36 Kisten à 73,25 c' zu 17 fl 75 kr pr. 45 c' ?
 1977) 1,5 hl kosten 93 fs 50 cs; wie teuer sind 29,46 hl?

- 1978) Für 1864 $\mathcal{M}$ erhält man 46,75 Ztr; wie viel um 1275 $\mathcal{M}$?
 1979) Wie viel £ für 1843 $\mathcal{M}$ 54,5 $\mathcal{S}$, wenn $100 \text{ £} = 79 \mathcal{M} 94,5 \mathcal{S}$?
 1980) " " für 132 £ 15 s, wenn $40 \text{ £} = 413 \text{ fl } 62 \text{ kr}$?
 1981) " " für 569 SR^0 40 Kp, wenn $297 \mathcal{M} 45 \mathcal{S} = 100 \text{R}^0 \text{S}$?
 1982) " " Yd = 708,5 m, wenn $60 \text{ Yd} = 54,863 \text{ m}$?
 1983) " " 20 frs-Stck. à 16 $\mathcal{M}$ 20 $\mathcal{S}$ für 837 # à 9 $\mathcal{M}$ 55 $\mathcal{S}$?
 1984) " " £ à 20 $\mathcal{M}$ 33 $\mathcal{S}$ für 546 Ld'or à 16 $\mathcal{M}$ 35 $\mathcal{S}$?
 1985) " " kg = 243,625 engl $\mathcal{H}$, wenn $123,46 \mathcal{H} \text{avdp} = 112 \text{Zoll}\mathcal{H}$?
 1986) Wie viel Dppkr à 20 $\mathcal{M}$ kosten 1862,5 $\mathcal{H}$ à 35 $\mathcal{M}$ 60 $\mathcal{S}$ pr. 87,5 $\mathcal{H}$?
 1987) Wie viel halbe russ. Imprl à 16 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ kosten 12 Stück à 37,25 m, wenn 12,5 m um 40 $\mathcal{M}$ 80 $\mathcal{S}$ gekauft werden?
 1988) Wie viel m, cm und mm sind a. 31,845 ^{0} dc, b. 20 ^{0} 3' 7" 6''' ddc bayr., wenn 100' bayr. = 29,1859 m sind?
 1989) Wie viel km und m sind a. 17,625 deutsche, b. 29,75 geogr. Meilen, wenn 1 geogr. Meile = 7,4195 km ist?
 1990) Wie viel qm, qdm und qcm sind 354 q' 105 q'' 108 q''' ddc preufs., wenn 144 q' (altes Maß) = 14,1846 qm?
 1991) Wie viel ha, a und qm sind 157 bayr. Tagwerk 69 Decimalen 250 q', wenn 100 bayr. Tagw. = 34,073 ha sind?
 1992) Wie viel cbm, l oder cdm und ccm sind 743 c' 828 c'' 135 c''' dc bayr., wenn 1000 c' (altes Maß) = 24,861 cbm?
 1993) Wie viel Ztr, $\mathcal{H}$ und g sind 74 Ztr 87,5 $\mathcal{H}$ bayr. (altes Gewicht), wenn 100 $\mathcal{H}$ bayr. = 112 $\mathcal{H}$ (n. G.) betragen?
 1994) Wie viel hl und l sind 129,75 bayr. Schff ℓ à 222,357 l?
 1995) Wie viel Zwanzigmarkstücke kosten 9284,75 kg Weizen, wenn 1 Tonne 253 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$ gilt? (Rest in Silber.)

§ 118. 19. Vermischte Aufgaben.

- 1996) Ein Wechsler erhält 138 Pistolen à 16 $\mathcal{M}$ 35 $\mathcal{S}$, 94 holl. 10 fl-Stck à 16 $\mathcal{M}$ 65 $\mathcal{S}$, 67 engl. Sovgns à 20 $\mathcal{M}$ 33 $\mathcal{S}$ und 52 halbe russ. Imprl à 16 $\mathcal{M}$ 70 $\mathcal{S}$; wie viel \$ a 4 $\mathcal{M}$ 18 $\mathcal{S}$ kann er dafür geben? (Rest in $\mathcal{M}$ und $\mathcal{S}$.)
 1997) In einem Geschäft wurden eingenommen: 128 # à 9 $\mathcal{M}$ 55 $\mathcal{S}$; 179 Ld'or à 16 $\mathcal{M}$ 58 $\mathcal{S}$, 85 Npln à 15 $\mathcal{M}$ 98 $\mathcal{S}$ und 2540 $\mathcal{M}$ 40 $\mathcal{S}$; ausgegeben 57 #, 93 Ld'or, 52 Npln und 1785 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{S}$. Wie groß ist 1. die gesamte Einnahme? 2. die Ausgabe? 3. der Kassenbestand?
 1998) Ein Wiener Großhändler kaufte von einer Ware: 29,65 Ztr + 18,47 + 34,375 + 7,5 + 41,625 Ztr à 23 fl 54 kr; für Fracht, Zoll etc. zahlte er 47 fl 85 kr pr. 12 Ztr und verkaufte obige Quantitäten à 32 fl 18 kr pr. Ztr; wie groß ist 1. der Gesamt-Einkaufspreis? 2. der Gesamt-Verkaufspreis? 3. der Gewinn pr. Ztr? 4. der Gesamt-Gewinn?

- 1999) Ein Hamburger Kaufmann bezieht von London 45,375 Ztr à 1,5 s pr. fl , die Spesen dortselbst betragen 0,1 des Einkaufspreises, die Fracht 2,65 £ pr. Ton und die übrigen Auslagen 183 M 45 S . Wenn nun 1 £ = 20 M 45 S ; wie viel M und S hat jener im ganzen zu zahlen?
- 2000) Jemand bezog: 13,75 + 9,064 + 8,345 + 21,8615 + 15,97 hl à 12,58 fs pr. hl; für Fracht, Zoll etc. zahlte er 2,76 fs pr. hl und verkaufte obige Waren mit 1,94 fs Gew. pr. hl; wie groß ist 1. der Verkaufspreis pr. hl? 2. der Gesamt-Einkaufspreis? 3. der Ges.-Verkaufspreis: 4. der Ges.-Gewinn?
- 2001) Ein Tuchhändler kauft 25 Stück Tuch à 29,6 m, das Meter zu 7 M 95 S und zahlt dafür 125 russ. Imprl à 16 M 24 S , in Reichswährung 11 M 80 S und den Rest in gleich vielen Npln. à 15 M 98 S und £ à 20 M 42 S . Wie viel von den beiden letzteren sind hiezu notwendig?
- 2002) Ein Getreidehändler kauft 19,375 t Weizen à 247 M 50 S und 11,45 t Gerste à 188 M 75 S . Wenn er nun bei gleichen Gewichten am Weizen doppelt so viel gewinnt als an der Gerste und der Gesamt-Gewinn am Weizen 435 M 94 S beträgt; wie groß ist der Verkaufspreis beider Getreidearten pr. Tonne, und wie groß der Gewinn an der Gerste?
- 2003) Wenn Wasser zu Eis erstarrt, dehnt es sich um 0,1 seiner Masse aus. Wie viel Wasser geben nach Raum und Gewicht 12875,2585 l Eis, wenn dieses durch Schmelzung ohne Verdunstung in Wasser übergehen würde?
- 2004) Wenn der auf eine Fläche von 1,75 qm gefallene Schnee beim Schmelzen 12,74 l Wasser gab, wie viel Liter Wasser liefert dann eine Fläche von 1 Hektar?
- 2005) Das russische Reich hält 402023 Qdt.-Meilen und ist von etwa 82980914 Menschen bewohnt; die gerade Entfernung seiner am weitesten nach Westen und Osten gelegenen Grenzpunkte macht etwa 2103,5 deutsche Meilen. Wie viele Einwohner kommen im Durchschnitte auf 1 Qdt.-Ml. und was beträgt die bemerkte Entfernung in Kilometern?
- 2006) Wenn man das Gewicht eines ausgerüsteten Kriegsschiffes in der Art angibt, daß der Schiffskörper mit Ankern und Booten 2843,9 t 17,5 Ztr 82,5 fl , der Ballast 427,3 t 4,3 Ztr 88 fl , Geschütze u. Munition 843,9 t 9,3 Ztr 36,5 fl , Mannschaft u. Gepäck 247,25 t 13,8 Ztr 68,75 fl und der Proviant 214,3 t 16,7 Ztr 49,25 fl wiegen; wie schwer ist das so ausgerüstete Schiff in Tonnen und Kilogramm?
- 2007) 4 Arbeiter der 1. Klasse, 12 Arb. der 2. und 20 Arb. der 3^{ten} Klasse sind während gleicher Zeit für 2400 M beschäftigt.

Der Taglohn für die 1. Klasse beträgt 3 $\mathcal{M}$ 25 $\mathcal{G}$, der für die 2^{te} 2 $\mathcal{M}$ 75 $\mathcal{G}$ und der für die 3. Klasse 2 $\mathcal{M}$ 50 $\mathcal{G}$. Wie viel Tage haben sie gemeinschaftlich gearbeitet?

- 2008) Eine Ladung von 125 Ztr soll für 400 $\mathcal{M}$ 275 km weit befördert werden. Nachdem sie bereits 50 km weit gefahren ist, werden 25 Ztr abgeladen; wie weit kann der Rest für die ursprünglich stipulierte Summe noch speditiert werden?
- 2009) Silber ist 10,481mal so schwer als Wasser. Was würde demnach 1 Kubikdecimeter (cdm) aus reinem Silber wert sein, wenn 1 $\mathfrak{R}$ fein Silber zu 52 fl 30 kr S.W. berechnet wird?
- 2010) Gold ist 19,26mal so schwer als Wasser und kostet pr. $\mathfrak{R}$ f. etwa 1381 $\mathcal{M}$ 30 $\mathcal{G}$; welchen Wert hätte demnach 1 Liter oder cdm aus Gold; welchen Wert 1 ccm in Mark?
- 2011) Nürnberg liegt zwischen 49° u. 50° n. Br. und 28° u. 29° östl. L. von Ferro. Wenn nun das Viereck zwischen diesen Längen- und Breitengraden 146,25 Qml beträgt, und wegen der Abplattung der Erde der Meridiangrad dieses Viereckes 14,986 Ml (statt 15) lang ist; wie ergibt sich daraus die Länge von 1 Grad auf dem Parallelkreis?
- 2012) Der Sonnendurchmesser ist 112,21, der Durchmesser des Mondes 0,27275 und der der Venus 0,97 Erddurchmessern gleich. Wenn nun letzterer zu 1718,2 geogr. Meilen angenommen wird; wie viel Meilen betragen die Durchmesser der Sonne, des Mondes und der Venus und wie oftmal ist der Sonnendurchmesser größer als der des Mondes und der Venus einzeln und mit dem der Erde zusammengekommen?
- 2013) Nach Bessel ist die geogr Meile = 1970,25008° preufs.; wie groß ist hienach der Umfang der Erde zu 5400 geogr. Ml in Ruten und km, wenn 1° = 3,1385 m. Wie berechnet sich nach ha die auf 9261238,3 geogr. Qdt.-Ml. geschätzte Erdoberfläche und nach cbm der zu 2650184445,1 Kubikmeilen angenommene Inhalt der Erde?
- 2014) Zwei gezahnte Räder, von denen das eine 18, das andere 25 Zähne hat, greifen in einander. Wenn sich nun das erste in 9,75 Sek. 12mal umdreht; wie oft dreht sich das zweite in 4 Minuten 20 Sekunden um?
- 2015) Das Vorderrad eines Wagens hat 2,25m Umfang, das Hinterrad 3,325m. Wie oft hat sich dieses umgedreht, wenn jenes 117,5 Umdrehungen gemacht hat?
- 2016) Ein Behälter, aus dem man alle 3 Min. mit einem Gefäße von 10 l 6mal schöpft, wird in 2,3 Std leer. In welcher Zeit wird der Behälter voll, wenn man mit einem Gefäße von 7,3 l alle 4 Minuten 10mal Flüssigkeit eingießt?

- 2017) Die Entfernung Merkur's von der Sonne beträgt 0,387098, der Venus 0,7233316, des Mars 1,5236923 Halbmesser der Erdbahn. Wie oftmal sind die beiden letzteren Planeten weiter von der Sonne entfernt, als der erstere?
- 2018) Von einem Neumonde zum nächstfolgenden sind 29,530588 Tg. Wie viel Mondmonate verfließen in 19 Sonnenjahren, wenn jedes derselben zu 365,24222 Tagen gerechnet wird?
- 2019) Platin ist 22,07 und Kupfer 8,78mal so schwer als Wasser; wie groß muß ein Stück Kupfer sein, wenn es dasselbe Gewicht haben soll, wie 375 ccm Platin?
- 2020) Im Sommer beträgt die durchschnittliche Ausdünstung des mittelländischen Meeres 6852000 c'. Wenn nun 1 c' Wasser 44,4 alte bayr. ℔ wiegt; wie viel kg wiegt die verdunstete Wassermenge und was beträgt sie in Hektolitern?
- 2021) Wenn in einem Wassertropfen von 90 mg Gewicht 200 Infusionstierchen leben; wie viel derselben sind in 1 Liter?

20. Flächen- und Körperberechnungen.

§ 119. Man reduziert zunächst sämtliche gleichartige Bestimmungsstücke, und zwar bei Flächen die Länge und Breite oder Höhe, bei Körpern die Länge, Breite und Höhe (Dicke, Tiefe) auf eine und dieselbe Maßseinheit. Die erhaltenen ganzen oder gebrochenen Zahlen multipliziert man wie unbenannte Zahlen und betrachtet als Einheit des Produkts im ersten Falle das Quadrat, im zweiten Falle den Würfel (Kubus), dessen Seite (Kante) die Maßeinheit ist, auf welche die zur Berechnung nötigen Längen reduziert worden sind. Z. B. m, qm, cbm oder cm, qcm, ccm.

1. Flächenberechnungen.

Von den geradlinig begrenzten Figuren betrachten wir die Dreiecke und Vierecke, von den krummlinig begrenzten den Kreis. Ein Viereck mit einem Paare gleichlaufender (paralleler) Seiten heißt Trapez, mit je zwei parallelen Seiten Parallelogramm. Hat dieses gleiche (rechte) Winkel, so heißt es Rechteck; sind überdiß auch die Seiten gleich, Quadrat. Jede Seite einer geradlinigen Figur kann als Grundlinie betrachtet werden; unter Höhe versteht man beim Dreiecke die Entfernung der Grundlinie von der gegenüberliegenden Ecke (Spitze) und beim Parallelogramme von der Gegenseite. Im Quadrat und Rechteck kann man je zwei in einer Ecke zusammenstoßende Seiten als Grundlinie und Höhe (Länge und Breite) betrachten.

§ 120. Lehrsätze und Beispiele.

a) Der Inhalt eines Parallelogramms ist gleich dem Produkte aus Grundlinie und Höhe.

Anm. Da im Quadrat alle Seiten gleich groß sind, demnach die den Flächeninhalt ausdrückende Zahl die zweite Potenz der Länge wird (vgl. § 45), so nennt man diese Potenz einer Zahl auch deren Quadrat.

1. Die Seite eines Quadrates sei 2,7 m.
2. Ein rechteckiger Acker sei 179,26 m lang und 68,14 m breit.
3. Die Grundlinie eines Parallelogramms sei 17', die Höhe $9\frac{2}{3}'$; wie groß ist der Inhalt der genannten drei Figuren?

1. $2,7 \cdot 2,7 = 2,7^2$ (qm) = 7,29 qm = 729 qdm.
2. $179,26 \cdot 68,14 = 15441,4564$ qm = 154,414564 a.
3. $17 \cdot 9\frac{2}{3}$ (q') = $164\frac{1}{3}$ q' = 164,333 q' = 164 q' 48 q'' ddc.

b) Da das Dreieck nur halb so groß ist, als ein Parallelogramm von gleicher Grundlinie und Höhe, so ist der Inhalt des Dreiecks nur das halbe Produkt aus Grundlinie und Höhe.

Grundlinie und Höhe eines Dreiecks seien bez. 1) 3,8 m und 96,5 cm, 2) 8' 6'' und 5' 7,5'' ddc; wie groß deren Inhalt?

1. $3,8 \cdot 0,965 : 2$ (qm) = $1,9 \cdot 0,965 = 1,8335$ qm = 183,35 qdm.
2. $8\frac{1}{2} \cdot 5\frac{5}{8} : 2$ (q') = $5\frac{5}{8} \cdot 4\frac{1}{4} = 23\frac{29}{32}$ q' = 23 q' 130 q'' 72 q''' ddc.

c) Ein Trapez wird berechnet, wenn man die Entfernung der beiden parallelen Seiten mit ihrer halben Summe (arithmetisches Mittel § 39) multipliziert. — Die größere parallele Seite sei 8,7 m, die kleinere 5,09 m, ihre Entfernung 6,43 m und von einem andern bez. ddc $23^0 4,75'$; $17^0 8,5'$; $9^0 10' 5''$, so ist deren Inhalt:

1. $(8,7 + 5,09) : 2 \cdot 6,43$ (qm) = $6,895 \cdot 6,43 = 44,33485$ qm.
2. $(280\frac{3}{4} + 212\frac{1}{2}) : 2 \cdot 218\frac{5}{12}$ (q') = $246\frac{5}{8} \cdot 118\frac{5}{12}$ (q')
= $29204\frac{49}{6}$ q' = 29204,51 q' = 202 q⁰ 116 q' 73 q'' 2 q''' ddc.

d) Beim Kreise nennt man die Entfernung des Mittelpunkts (Zentrum) von einem beliebigen Punkte des Umfangs (Peripherie) Radius oder Halbmesser. Verlängert man denselben über das Zentrum bis zur Peripherie, so erhält man den Durchmesser, welcher doppelt so groß ist, als der Radius. Multipliziert man den Durchmesser mit $3\frac{1}{7}$ oder mit 3,14 (genauer 3,1416), so erhält man die Peripherie. Die Kreisfläche selbst findet man, wenn man die Peripherie mit dem halben Radius oder das Quadrat des Radius mit 3,14 multipliziert. Z. B. Der Durchmesser eines Kreises sei 4,76 m; der Radius eines andern $9\frac{2}{3}''$ ddc, so ist

1. Peripherie = $4,76 \cdot 3,1416 = 14,954$ m = 1495,4 cm.
Kreisfläche = $2,38^2 \cdot 3,1416 = 14,954 \cdot 1,19 = 17,79526$ qm.
2. Peripherie = $9\frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 3,1416 = 60,7376'' = 5' 8,85'''$ ddc.
Kreisfläche = $9\frac{2}{3} \cdot 9\frac{2}{3} \cdot 3\frac{1}{7} = 60,7376 \cdot 9\frac{2}{3} : 2 = 293,565$ q' ddc.

e) Unter Ausschnitt (Sektor) versteht man den Teil eines Kreises, welcher von zwei Radien und einem Stücke der Peripherie begrenzt wird. Dieses Bogenstück ist der so vielte Teil der Peri-

perie und der Ausschnitt vom ganzen Kreise, als der Winkel am Zentrum (Zentriwinkel) ein Teil von 360° ist. Der Kreisausschnitt wird auch berechnet, wenn man das Bogenstück mit dem halben Radius multipliziert. Ist z. B. der Zentriwinkel $243^\circ 30'$ und der Radius des Kreises 85 cm, so erhält man für den

$$\text{Bogen} = 243,5 : 360 \cdot 2 \cdot 85 \cdot 3,14 = 48,7 : 72 \cdot 533,8 = 48,7 : 36 \cdot 266,9 = 12998,03 : 36 = 361,06 \text{ cm} = 3,6106 \text{ m.}$$

$$\text{Ausschnitt} = 243,5 : 360 \cdot 85 \cdot 85 \cdot 4,14 = 361,06 \cdot 85 : 2 = 180,53 \cdot 85 = 15345,05 \text{ qcm} = 153,4505 \text{ qdm} = 1,5345 \text{ qm ca.}$$

f) Ist aus der Fläche und Grundlinie die Höhe, oder aus der Fläche und Höhe die Grundlinie zu berechnen, so reduziert man die beiden gegebenen Stücke auf entsprechende Maßeinheiten (z. B. m, qm oder cm, qcm oder Fufs, q' oder Zoll, q''), dividiert die Fläche durch das bekannte andere Stück und verdoppelt den erhaltenen Quotienten beim Dreieck.

1. Ein Rechteck enthalte ddc. $195 \text{ q}' 36 \text{ q}''$ und die eine Seite sei $18' 9''$; wie groß ist die andere?

2. Ein Dreieck messe $7,0845 \text{ qm}$ und habe eine Grundlinie von $6,95 \text{ m}$; wie groß ist dessen Höhe?

$$1. \text{ ddc } 195 \text{ q}' 36 \text{ q}'' = 195\frac{1}{4} \text{ q}'; 18' 9'' = 18\frac{3}{4}' \\ 195\frac{1}{4} : 18\frac{3}{4} (') = 781 : 75 = 10\frac{31}{75}' = 10' 4'' 11,5''' \text{ ddc.}$$

$$2. 7,0845 : 6,95 \cdot 2 = 1,4169 : 1,39 \cdot 2 = 2,8338 : 1,39 = 2,039 \text{ m.}$$

§ 121.

Aufgaben.

Berechne den Inhalt folgender Figuren aus den beigesetzten Bestimmungsstücken!

2022) Die Seite eines Quadrats sei a) $4,79 \text{ m}$; b) $98,4 \text{ cm}$; c) $9,65 \text{ mm}$; d) $3,08 \text{ m}$; e) $13,8'$ und f) $29^\circ 6'$ ddc.

2023) Die 2 Seiten eines Rechtecks seien a) $19,6 \text{ m}$ und $24,05 \text{ m}$; b) $8,06 \text{ m}$ u. $90,7 \text{ cm}$; c) $37,4'$ u. $25,9'$; d) $47^\circ 6'$ u. $28^\circ 1\frac{1}{4}'$ ddc.

2024) Grundlinie u. Höhe eines Parallelogramms seien bez. a) $3,7 \text{ m}$ u. $1,09 \text{ m}$; b) $5,08 \text{ m}$ u. $3,6 \text{ m}$; c) $19' 10''$ u. $12' 8\frac{1}{2}''$ ddc.

2025) Von einem Dreiecke seien Grundlinie und Höhe beziehungsweise: a) $2,74 \text{ m}$ und $1,86 \text{ m}$; b) $1,34 \text{ m}$ und $80,7 \text{ cm}$; c) $9^\circ 3'$ und $6^\circ 1' 8''$ ddc; d) $2,05 \text{ m}$ und 68 cm .

2026) Von einem Trapeze seien die 2 Parallelen und deren Entfernung bez. a) $19,57 \text{ m}$; $12,09 \text{ m}$; $10,6 \text{ m}$; b) $37' 8''$, $29' 6''$, $18' 2'' 9'''$ ddc, c) $17,06 \text{ m}$; $13,8 \text{ m}$ und $8,45 \text{ m}$.

2027) Berechne die Peripherie und den Inhalt eines Kreises, a) dessen Radius $1,7 \text{ m}$; b) dessen Durchmesser $5' 4'' 6'''$ ddc. und c) dessen Radius $2,38 \text{ m}$ ist!

- 2028) Berechne den Bogen und den Kreisausschnitt, dessen Zentriwinkel und Radius bez. a) $217^{\circ} 45'$ und $1,7\text{ m}$; b) $259^{\circ} 30'$ und $10'' 6'''$ ddc, c) $198^{\circ} 36'$ und 85 cm sind!
- 2029) Berechne die Fläche des Kreisringes, dessen äußerer und innerer Durchmesser bez. a) $1,25\text{ m}$ und 86 cm , b) $2,36'$ und $1,98'$, c) 94 cm und $67,5\text{ cm}$ sind!
- 2030) Ein rechteckiges Grundstück habe beziehungsweise folgenden Inhalt und die beigefügte eine Seite: a) $941,25\text{ a}$; $387,65\text{ m}$; b) $64,8\text{ qm}$; $10,8\text{ m}$; c) $8\text{ q}^0 127\text{ q}' 72\text{ q}''$, $4^0 9' 6''$ ddc; wie groß ist die andere Seite desselben?
- 2031) Ein Dreieck habe zur Fläche und Höhe bez. a) $19,475\text{ qm}$; $4,37\text{ m}$; b) $2,4768\text{ qm}$; $1,8\text{ m}$ u. c) $123\text{ q}' 108\text{ q}''$, $12' 9''$ ddc; wie groß ist die Grundlinie desselben?
- 2032) Ein Dreieck habe zur Fläche und Grundlinie bez. a) $47,25\text{ qm}$; $11,08\text{ m}$; b) $17,635\text{ a}$; $73,45\text{ m}$ u. c) $97\text{ q}' 72\text{ q}''$, $13' 6''$ ddc; wie groß ist die Höhe desselben?
- 2033) Ein Rechteck habe zur Fläche und Länge bez. a) $19,875\text{ a}$; $53,86\text{ m}$; b) $93,75\text{ qm}$; $19,75\text{ m}$ und c) $187\text{ q}' 120\text{ q}''$; $29' 4,5''$ ddc; wie groß ist die Breite desselben?
- 2034) Ein Rechteck habe zur Fläche und Breite bez. a) $47,25\text{ qm}$; $4,6\text{ m}$; b) $103,625\text{ qm}$; $8,75\text{ m}$ und c) $84,5\text{ qm}$; $6,375\text{ m}$; wie groß ist die Länge desselben?
- 2035) Von einem Trapeze seien die Fläche und die 2 Parallelen bez.: a) $3,5\text{ a}$, $29,8\text{ m}$, $21,6\text{ m}$; b) $41,525\text{ qm}$, $9,5\text{ m}$, $7,36\text{ m}$; c) $63\text{ q}^0 72\text{ q}'$, $13^0 7,5'$, $9^0 3\frac{1}{3}'$ ddc; wie groß ist ihr Abstand?
- 2036) Von einem Trapeze seien die Fläche, eine der Parallelen und ihr Abstand bez. a) $7,25\text{ a}$; $41,6\text{ m}$; $23,48\text{ m}$; b) $89,625\text{ qm}$; $13,75\text{ m}$; $5,8\text{ m}$; c) $3,875\text{ ha}$; $291,36\text{ m}$; $142,5\text{ m}$; wie groß ist die andere Parallele desselben?
- 2037) Ein rechtwinklig behauener Stein misst an 3 zusammenstossenden Kanten $1,9$; $1,5$ und $1,3\text{ m}$. Wie lange braucht hierzu ein Steinhauer, der in 1 Std $13,5\text{ qdm}$ fertig bringt?
- 2038) Wie viel ha und a hält ein rechteckiger Acker, welcher $467,85\text{ m}$ lang und $109,072\text{ m}$ breit ist?
- 2039) Ein rechteckiges Grundstück hat eine Fläche von $27,538\text{ ha}$ und eine Länge von $761,42\text{ m}$; wie breit ist es?
- 2040) Ein rechteckiges Grundstück von $1345,8\text{ m}$ Länge und $44,75\text{ m}$ Breite hat mit einem andern, dessen Länge sich zur Breite wie $13:7$ verhält, gleichen Inhalt. Wie groß sind Länge und Breite des zweiten Grundstücks?
- 2041) Eine rechteckige Tafel von $1,5\text{ m}$ Länge und 1 m Breite

- wiegt 1 H 375 g; was wiegt eine eben so dicke Tafel aus demselben Stoffe von 1,8 m Länge und 1,15 m Breite?
- 2042) Eine rechteckige Tafel von 2,4 m Länge und 1,8 m Breite wiegt 3 H 250 g; wie breit ist eine ebenso dicke Tafel aus demselben Stoffe, die bei 2 m Länge 2 H 425 g wiegt?
- 2043) Ein Zimmer ist 36,4' lang, 25,9' breit; hat 2 Thüren, jede von 4,8' Breite und eine Ofennische von 2,5' Breite. Was kostet eine Lamberie (Holzverkleidung) in dasselbe, den laufenden Fuß zu 29,25 S gerechnet?
- 2044) Ein Zimmer von $22\frac{1}{2}'$ Tiefe, $18\frac{1}{3}'$ Breite und $11\frac{1}{5}'$ Höhe soll getüncht werden. Jedes der 3 Fenster ist $2\frac{1}{3}'$ breit, $5\frac{1}{2}'$ hoch; von den beiden Thüren jede 4' breit und $7\frac{1}{3}'$ hoch. Wird nun pr. q' der Seitenwände 7,5 S , der Decke 5,25 S berechnet; was kostet die Herrichtung des Zimmers?
- 2045) Wenn ein Rechteck von 5,34 m Länge eine Fläche von 19,675 qm hat; welchen Inhalt hat ein ebenso breites Rechteck von a. 6,085 m, b. 7,125 m Länge?
- 2046) In einem neuen Gebäude werden folgende Räume gedielt: 14 Zimmer, jedes mit $403\frac{1}{3}$ q' à 19,5 S , ein Saal von 42' 8" ddc Länge und 28' 6" Breite à 29,25 S , eine Mansarde mit $126\frac{2}{3}$ q' und 2 Böden mit je $2736\frac{1}{2}$ q' à 14,25 S . Wenn nun dem Schreiner vorschufsweise 226 S 8 S bezahlt werden; wie viel hat derselbe noch zu fordern und wie viele 20 frs-Stücke à 16 M 20 S enthält diese Summe?

2. Körperberechnungen.

§ 122. Von den Körpern betrachten wir das Prisma, die Pyramide, den Cylinder, Kegel und die Kugel und bestimmen deren Oberfläche, Kubikinhalte und Gewicht. Beim Prisma und Cylinder wird eine von den beiden nach Form und Größe gleichen Flächen als Grundfläche betrachtet, die Entfernung derselben von der gegenüberliegenden Fläche (Deckfläche) ist die Höhe. Bei der Pyramide und dem Kegel versteht man unter Höhe die Entfernung der Spitze von der Grundfläche. Der Inhalt des Prismas und Cylinders ergibt sich als das Produkt aus Grundfläche und Höhe. Für die Pyramide und den Kegel ist dieses Produkt durch 3 zu dividieren. Der Inhalt der Kugel ist gleich dem Produkte aus Oberfläche und dem dritten Teile des Radius. Die Oberfläche eines senkrechten Prismas und Cylinders wird gefunden, wenn man zur doppelten Grundfläche das Produkt aus dem Umfange der Grundfläche und der Höhe des Körpers addiert. Die Oberfläche der regelmäßigen Pyramide ist gleich der Grundfläche plus dem Produkte aus dem Umfange derselben und der halben Entfernung der Spitze von einer

Grundkante. Die Oberfläche des senkrechten Kegels ist gleich der Grundfläche (Kreis) plus dem halben Produkte aus der Peripherie des Grundkreises und der Mantellinie. (Unter dem Mantel eines Kegels versteht man die Oberfläche ohne die Grundfläche; unter Mantellinie die Verbindungsgerade der Spitze mit einem beliebigen Punkte der Peripherie der Grundfläche). Die Kugeloberfläche ist so groß als 4 Kreise zusammengenommen, von denen jeder denselben Radius hat, wie die Kugel. Multipliziert man den Inhalt eines Körpers mit dem Gewichte der zu Grunde gelegten Kubikeinheit Wassers und mit der Zahl (spezifisches Gewicht), welche angibt, wie vielmal so schwer der betrachtete Körper als ein gleicher Raum Wassers ist, so erhält man das (absolute) Gewicht des Körpers. Da ein Liter Wasser 1 Kilogramm wiegt, so darf man den in Litern ausgedrückten Inhalt eines Körpers nur mit seinem spezifischen Gewichte multiplizieren, um das Gewicht des Körpers in Kilogramm zu erhalten. Dividiert man den Kubikinhalte durch die Grundfläche, so erhält man die Höhe; dividiert man den Inhalt durch die Höhe, so ergibt sich die Grundfläche des Prismas und Cylinders; für die Pyramide und den Kegel ist jener Quotient noch mit 3 zu multiplizieren. Hierbei müssen jedoch stets die gegebenen Bestimmungsstücke vor der Division auf entsprechende Maßeinheiten (z. B. m, qm, cbm oder Fuß, q', c') reduziert werden.

Anm. Da beim Würfel (Kubus) alle Kanten gleich groß sind und die dessen Inhalt ausdrückende Zahl die dritte Potenz einer Kante wird, so nennt man diese Potenz einer Zahl auch deren Kubus.

§ 123.

Beispiele.

1. Ein senkrechtes quadratisches Prisma aus Sandstein vom spez. Gewicht 2,43 habe eine Grundkante von 1,5 m und eine Höhe von 6,8 m; wie groß ist die Oberfläche, der Inhalt und das Gewicht des Körpers?

$$O = 2 \cdot 1,5^2 + 4 \cdot 1,5 \cdot 6,8 = 4,5 + 40,8 \text{ (qm)} = 45,3 \text{ qm.}$$

$$I = 1,5 \cdot 1,5 \cdot 6,8 \text{ (cbm)} = 1,5 \cdot 10,2 = 15,3 \text{ cbm.}$$

$$G = 15300 \cdot 2,43 \text{ (kg)} = 37179 \text{ kg} = 37,179 \text{ t.}$$
2. Bei einem Cylinder aus Gussseisen vom spez. Gewicht 7,21 sei der Durchmesser des Grundkreises 95 cm und die Höhe 1,7 m; wie groß sind Oberfläche, Inhalt und Gewicht?

$$O = 9,5 : 2 \cdot 4\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 2 + 9\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 17 \text{ (qdm)} = \frac{19}{2} \cdot \frac{22}{7} \cdot (4\frac{3}{4} + 17)$$

$$= 29\frac{6}{7} \cdot 21\frac{3}{4} = 649\frac{11}{8} \text{ qdm} = 649,39286 \text{ qdm} = 64939,286 \text{ qcm.}$$

$$I = 4\frac{3}{4} \cdot 4\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 17 \text{ (cdm)} = 80\frac{3}{4} \cdot 14\frac{13}{14} \text{ (l)} = 1205,48214 \text{ l.}$$

$$G = 1205\frac{27}{8} \cdot 7,21 \text{ (kg)} = 8438\frac{3}{8} \cdot 1,03 = 8691,52625 \text{ kg.}$$
3. Eine Pyramide aus Eichenholz vom spez. Gew. 1,17 mit qua-

dratischer Grundfläche habe eine Grundkante von 46 cm und eine Höhe von 2,05 m; wie groß sind Inhalt und Gewicht?

$$I = 46 \cdot 46 \cdot 205 : 3 \text{ (ccm)} = 9430 \cdot 15\frac{1}{3} \text{ (ccm)} = 144593\frac{1}{3} \text{ ccm.}$$

$$G = 144593,33 \cdot 1,17 = 169174,199 \text{ g} = 169,174199 \text{ kg.}$$

4. Wie viel Blech braucht man zu einem Trichter (Kegel), dessen Weite 11'' 6''' und dessen Mantellinie 1' 3'' ddc ist?

$$11\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{7} \cdot 15 : 2 (q'') = 172\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{7} = 271\frac{1}{14} q'' = 1q' 127q'' 10,3q'''.$$

5. Wie groß sind Oberfläche, Inhalt und Gewicht einer Kugel aus Blei vom spez. Gewicht 11,35 bei 1,3 m Durchmesser?

$$O = 1,3 \cdot 1,3 \cdot 3,1416 (qm) = 5,3093 qm = 530,93 qdm.$$

$$I = 5,3093 \cdot 1,3 : 6 \text{ (cbm)} = 1,150349 \text{ cbm} = 1150,349 \text{ l.}$$

$$G = 1150,349 \cdot 11,35 \text{ (kg)} = 13056,4612 \text{ kg} = 261 \text{ Ztr } 12\frac{1}{2} 461,2 \text{ g.}$$

6. Wie viel Gusseisen vom spez. Gewichte 7,21 braucht man zu einer 12pfündigen Hohlkugel?

$$12 \cdot 500 : 7,21 \text{ (ccm)} = 832,18 \text{ ccm} = 832180 \text{ cmm.}$$

§ 124.

Aufgaben.

1. Berechne Oberfläche, Inhalt und Gewicht der folgenden Körper aus den beigesetzten Bestimmungsstücken!

- 2047) Ein Würfel aus Kupfer vom spez. Gewicht 8,78 mit einer Kante von a) 3,45 m; b) 86,5 cm; c) 9,75' und d) 10'' 9''' ddc in Bayern. (1 c' = 24,861 l oder cdm.)

- 2048) Ein rechtwinklig behauener Sandstein vom spez. Gew. 2,43 und von a) 1,8 m Länge, 1,5 m Breite und 9,6 cm Höhe, b) 5,6' Länge, 4,75' Breite und 8,34' Höhe.

- 2049) Ein Mühlstein (Cylinder) vom spez. Gewicht 2,5 mit einem Durchmesser und einer Höhe von bez. a) 1,75 und 0,48 m; b) 5' 8'' und 9'' 6''' ddc in Preussen. (1' = 30,9158 cdm.)

- 2050) Ein senkrecht quadratisches Prisma aus Marmor vom spez. Gew. 2,84, dessen Grundkante u. Höhe bez. a) 1,5; 6,8 m; b) 1,25'; 8,5' in Wien ist. (1 c' öst. = 31,585 l.)

- 2051) Eine Münze (Cylinder) aus Silber vom spez. Gew. 10,25 mit einem Durchmesser von 4,2 cm und 5 mm Dicke (Höhe).

- 2052) Eine Münze aus Gold vom spez. Gewicht 19,26 mit einem Durchmesser von 2,5 cm und einer Dicke von 3 mm.

- 2053) Eine Kugel aus Elfenbein vom spez. Gew. 1,92 bei einem Durchmesser von 37,5 mm oder Radius von 21,75 mm.

- 2054) Eine Kugel aus Glas vom spez. Gewicht 2,73 bei einem Durchmesser von a) 54,8 cm; oder b. 1,75', oder c) 1' 8'' ddc in Bayern. (1 bayr. c' = 24,871 cdm oder l.)

- 2055) Eine Kugel aus Gusseisen vom spez. Gew. 7,21 bei einem Durchmesser von 35 cm oder Radius von 78 cm.

- 2056) Ein prismatischer Behälter von 25,5 m Länge, 2,08 m Breite

und 1,95 m Höhe ist mit Flüssigkeit gefüllt. Wie oft hat man aus demselben mit einem cylindrischen Gefäße von 35 cm Durchmesser und 28 cm Höhe zu schöpfen, um den vollen Behälter zu leeren?

2. Berechne Inhalt und Gewicht der beiden folgenden Körper:

- 2057) Eine quadratische Pyramide aus Bronze vom spez. Gewicht 8,58 habe eine Grundkante von a) 25 cm und eine Höhe von 1,4 m, b) bez. 1,4 m und 3,8 m, c) 7'' 6''' und 3' 10'' 8''' ddc, oder d) 6'' 8''' und 2' 5'' dc in Bayern.
- 2058) Ein Kegel aus Holz vom spez. Gew. 0,62, dessen a) untere Weite 67 cm und dessen Höhe 2,045 m, oder b) bez. 54,5 cm und 1,75 m. oder c) 7'' 6''' und 2' 9'' ddc in Preussen ist.
- 2059) Wie groß ist die Höhe einer Kiste, die a) bei einem Inhalte von a) 4,75 cbm eine Grundfläche von 2,625 qm, oder b) bez. 119 c' 864 c'' und 20 q' 126 q'' ddc hat?
- 2060) Wie groß ist die Grundfläche eines rechtwinklig behauenen Steines, der a) bei einem Inhalte von 3,875 cbm eine Höhe von 85 cm, oder b) bez. 107 c' 1296 c'' und 3' 9'' ddc hat?
- 2061) Wie groß ist die Grundfläche eines Cylinders von a) 47,375 cbm Inhalt und einer Höhe von 6,7 m, oder b) bez. 4,5 l und 75 cm, oder c) 2,38 cbm Inhalt und 1,7 m Höhe?
- 2062) Wie groß ist die Höhe eines Cylinders von a) 34,625 cbm Inhalt und einer Grundfläche von 10,8 qm, oder b) bez. 3,45 cbm und 2,75 qm, oder c) 3,75 l und 42,8 qdm?
- 2063) Wie groß ist die Grundfläche einer Pyramide von a) 13,782 l Inhalt und einer Höhe von 75 cm, oder b) bez. 7,5 cbm und 2,8 m, oder c) 9 c' 864 c'' Inhalt und 5' 7'' 6''' ddc Höhe?
- 2064) Wie groß ist die Höhe einer Pyramide von a) 27,875 l Inhalt und einer Grundfläche von 0,215 qm, oder b) bez. 8,375 cbm Volumen und 6,45 qm Grundfläche, oder c) 9 c' 1296 c'' Inhalt und 7 q' 108 q'' ddc Grundfläche?
- 2065) Wie viel Blech braucht man zu einer Röhre von a) 15 cm Weite und 9,8 m Länge, oder b) 22,5 cm Weite und 8,9 m Länge, oder c) 6'' Weite und 24' 9'' ddc Länge?
- 2066) Wie viel Blech braucht man zu einem Trichter, dessen Weite und Mantellinie bez. a) 36 cm und 40,5 cm; b) 47,5 cm und 60 cm, c) 10'' 9''' und 1' 1'' 6''' ddc sind?
- 2067) Wie viel Kupferblech braucht man zu einem halbkugelförmigen Kessel von a) 1,75 m, b) 97,5 cm und c) 4,7' Weite?
- 2068) Wie viel Gufseisen braucht man zu einer Hohlkugel von bez. äußerer und innerer (lichter) Weite: a) 80,6 cm und 73 cm, b) 35 cm und 29 cm, oder c) 1,7' und 1,5'?
- 2069) Wie viel Gufseisen braucht man zu einer Hohlkugel von

- a) 19,5 $\mathfrak{H}$, b) 24,75 kg, c) 17,625 kg Gewicht, wenn das spezifische Gewicht des Gufseisens 7,21 ist?
- 2070) Ein prismatischer Behälter, dessen Länge 3,5 m und dessen Breite 2,06 m, soll mit einem solchen Behälter, dessen Kanten bez. 3,8 m, 2,5 m und 1,6 m sind, gleichen Inhalt bekommen; wie groß ist die dritte Kante?
- 2071) Wenn ein Körper aus Gold vom spez. Gew. 19,253 ein Gewicht von 324,75 g hat; welchen Raum nimmt er ein?
- 2072) Wenn eine Kugel aus Blei vom spez. Gew. 11,35 ein Gew. von 1,75 kg hat; welchen Raum nimmt sie ein?
- 2073) Wenn eine Rolle Münzen aus Nickel vom spez. Gew. 8,28 ein Gewicht von a) 293,5 g, b) 0,625 $\mathfrak{H}$ hat; welches Volumen des genannten Metalls ist hierzu notwendig?
- 2074) Wenn ein Würfel aus Zink vom spez. Gew. 6,91 bei einer Kante von 45 mm ein Gewicht von a. 394,5 g, b. 467,25 g hat; wie groß ist das Volumen des Hohlraums?
- 2075) Wenn eine Kugel aus Gufseisen vom spez. Gewicht 7,21 a) bei einem Durchmesser von 29,5 cm oder b) Radius von 83,4 mm ein Gewicht von bez. a) 53,625 kg oder b) 9,75 kg hat; wie groß ist das Volumen des Hohlraums?
- 2076) Wie viele Kugeln, deren Radius a) 3,5; b) 4 mm ist, lassen sich aus 24 kg Blei vom spez. Gewicht 11,35 gießen, wenn beim Gießen ein Verlust von 1,75% entsteht?
- 2077) Wie groß ist der Kubikinhalt eines halbkugelförmigen Gewölbes a) bei einer Weite im Lichten von 3,6 m und einer Steindicke von 25 cm, oder b) bez. von 4,5 m und 33,3 cm?
- 2078) Zwei Kugeln, a) deren Durchmesser 0,9 m und 75 cm, oder b) deren Radien 45 cm und 0,8 m sind, haben gleiches Gewicht; wie verhalten sich ihre spezifischen Gewichte?
- 2079) Mit welcher Kraft (in kg) steigt ein Ballon, von dessen Hülle 1 qm 360 g wiegt, a) bei einem Radius von 4,5 m oder b) bei einem Durchmesser von 10 m in der atmosphärischen Luft vom spez. Gew. 0,0013, wenn er mit Wasserstoffgas vom spezifischen Gewicht 0,0000898 gefüllt ist?
- 2080) Wie groß ist der Luftdruck auf a) 1 qm, b) 1 q' bayr., oder c) 1 q preufs. an der Meeresfläche, wo die Barometerhöhe durchschnittlich 76 cm oder 28" paris. beträgt bei dem spez. Gew. des Quecksilbers von 13,598, wenn 1' bayr. = 291,859 mm und 1' preufs. = 313,8535 mm?

U e b e r s i c h t

der in diesem Buche angewendeten

Masse, Gewichte und Münzen.

Deutsches Reich.

Die Einheit des Längenmaßes ist das Meter (m), der zehnmillionte Teil des Erdmeridian - Quadranten. Ein Meter hat 100 Centimeter (cm) à 10 Millimeter (mm). Als Entfernungsmaß dient das Kilometer (km) à 1000 Meter (m). 1 Meile (Ml) = 7500 Meter.

Die Einheit des Flächenmaßes ist das Quadratmeter (qm) à 100 Quadratdecimeter (qdm) à 100 Quadratcentimeter (qcm) à 100 Quadratmillimeter (qmm). Ein Quadratkilometer (qkm) hat 100 Hektar (ha) à 100 Ar (a) à 100 Quadratmeter (qm).

Die Einheit des Körpermaßes ist das Kubikmeter (cbm) oder Ster (s) à 1000 Kubikdecimeter (cdm) oder Liter (l) à 1000 Kubikcentimeter (ccm) à 1000 Kubikmillimeter (cmm).

Die Einheit des Hohlmaßes ist das Liter (l). 1 Hektoliter (hl) = 100 Liter (l). 1 Schäffel = 50 Liter à 4 Schoppen.

Die Einheit des Gewichtes ist das Kilogramm (kg) gleich dem Gewichte von 1 Liter destillirten Wassers bei 4,1° Celsius, im Zustande seiner größten Dichte. 1 Tonne (t) = 1000 Kilogramm (kg) à 1000 Gramm (g) à 1000 Milligramm (mg). 1 Tonne (t) = 20 Zentner (Ztr) à 100 Pfund (℔) oder 50 kg. 1 ℔ = 500 Gramm (g) oder = 50 Neulot (Lt) à 10 Gramm (g). 1 metrischer Zentner = 100 Kilogramm.

Die Einheit des Münzgewichtes ist das Pfund mit selbständiger Einteilung in Tausendteile und weiterer decimaler Abstufung. Die Münzeinheit ist die Mark (M) oder Reichsmark (RM) à 100 Pfennige (P). $69\frac{3}{4}$ Zwanzigmarkstücke (Doppelkronen) = $139\frac{1}{2}$ Zehnmarkstücke (Krone) = 279 Fünfmarkstücke = 1 ℔ feinen Goldes (f. Ⓞ).

20 Fünfmarkstücke = 50 Zweimarkstücke = 100 Markstücke = 200 Stck. à 50 P. = 500 Stck. à 20 P. = 1 ℔ feinen Silbers (f. Ⓟ). (1 ♂ = 3 M., 1 fl SW. = $1\frac{5}{7}$ M., 1 M. lüb. oder hambg. Crt. = $1\frac{1}{5}$ M.)

Die wichtigsten der früher in Bayern und Preussen gebrauchten Mafse und Gewichte mögen aus folgender Zusammenstellung entnommen werden.

Bayern (Augsburg, München, Nürnberg).

$1' = 12'' \text{ à } 12''' \text{ ddc}$; $1' = 10'' \text{ à } 10''' \text{ dc}$; $1^0 = 10'$; 1 Klafter = 6';
 $1' = 291,859 \text{ mm}$; 1 Elle (@) = $34,25'' \text{ ddc} = 833,015 \text{ mm}$.
1 Meile (deutsche oder geographische) = $25421,6' = 7419,5 \text{ m}$.
1 Tagwerk (Morgen) (= $34,073 \text{ a}$) = 100 Decimalen à 400 q'.
 $1 \text{ q}' = 851,825 \text{ qcm}$; $1 \text{ c}' = 1728 \text{ c}'' \text{ ddc} = 24,861 \text{ cdm}$ oder l.
1 Schäffel (= $222,357 \text{ l}$) = 6 Metzen à 2 Viertel à 4 Mafs.
1 Eimer = 64 Mfs à $43 \text{ c}' \text{ dc}$ od. 1,06903 l; 1 Schenkeimer = 60 Mfs;
1 Fuder = 12 Eim; 1 Fafs Bier = 25 Eim. — $52\frac{1}{2} \text{ fl S.W.} = 1 \text{ Mz} \text{ fl f. D.}$
1 Ztr = 100 fl à 32 Lot à 4 Quint; 1 fl = 560 g; 1 fl = 60 kr à 4 $\mathcal{L}$.

Preussen (Berlin, Köln, Frankfurt a. M., Hannover).

$1^0 = 12' \text{ à } 12'' \text{ ddc}$; $1^0 = 10' \text{ dc à } 10'' \text{ dc}$; $1' = 313,8535 \text{ mm}$.
1 Elle = 666,94 mm ($\frac{2}{3} \text{ m ca}$); 1 Meile = $24000' = 7532,485 \text{ m}$.
1 Morgen = $180 \text{ q}^0 = 2553,226 \text{ qm}$; 1 Hufe = 30 Morgen.
 $1 \text{ c}^0 = 1728 \text{ c}' \text{ à } 1728 \text{ c}'' \text{ à } 1728 \text{ c}''' \text{ ddc}$, $1 \text{ c}' = 30,915 \text{ cdm}$ oder l.
1 Schäffel (= $54,9615 \text{ l}$) = 16 Metzen; 1 Last = 60 Schffl oder früher
1 Wispel = 2 Malter à 12 Schffl à 16 Mtz à 4 Mäfschen.
1 Fuder = 4 Oxhoft à 1,5 Ohm à 2 Eimer à 2 Anker à 30 Quart.
1 Eimer = 68,7019 l; 1 Zollfl = 500 g; das frühere preussische
fl = 467,711 g; 1 Schiffslast = 4000 fl = 40 Ztr.
1 Ztr = 100 fl à 30 Lot à 10 Quentchen à 10 Zent à 10 Korn.
1 Medicinalfl = 12 Unzen à 8 Drachmen à 3 Skrupel à 20 Gran.
1 k. Mark ($\text{M} \text{ fl}$) D = 16 Lot à 18 Grän; 1 M $\text{fl} \text{ @}$ = 24 Karat à 12 Grän.
1 Thaler ($\text{a} \text{ fl}$) = 30 Silbergroschen (sgr) à 12 $\mathcal{L}$. $30 \text{ a} \text{ fl} = 1 \text{ Mz} \text{ fl f. D.}$
In Köln wurde der Thaler von den Grofschändlern in 100 Cents geteilt.

Anmerkung. Zur Beseitigung jedes Mißverständnisses finde hier die Bemerkung eine Stelle, daß bei den in den einfacheren Rechnungen dieses Lehrbuchs vorkommenden Mafsen, Münzen und Gewichten ohne nähere Bezeichnung nur die gegenwärtig gebräuchlichen in Betracht kommen; wo also z. B. fl und kr ohne weitere Kennzeichnung sich finden, ist ausschliesslich der österreichische Gulden zu 100 kr (früher Neukreuzer (nkr)), oder bei fl und cs der holländische Gulden zu 100 Cents gemeint.

Oesterreich-Ungarn (Wien, Prag, Pest, Triest).

Das französische Maßsystem ist auch in den österreichisch-ungarischen Ländern im Handelsverkehre zur Einführung gekommen. Die früher allgemein gebräuchlichen Masse sind:

- 1 m = 2,465' = 779,21 mm, 1' (= 316,111 mm) = 12'' à 12''' ddc.
 1 Postmeile = 4000 Klafter = 24000' = 7586,663 Meter.
 1 Joch = 1600 Quadrat-Klafter = 57600 q = 5755,745 qm.
 1 Metzen = 61,5045 l; 1 Eim. = 40 Maß = 56,605 l.
 1 Ztr = 5 Stein à 20 fl à 32 Lt à 4 Qt; 1 fl = 560,012 g.
 1 fl = 100 Kreuzer (kr); 45 fl öst. = 1 Mz fl f. D.

Belgien (Antwerpen Brüssel).

Maß-, Gewichts- und Münzsystem wie in Frankreich.

Calcutta.

- 1 Cubit (= 457,2 mm) à 2 Spannen à 3 Hände à 4 Finger.
 1 Biggah = 20 Cottah à 16 Chittak à 45 engl. Quadratfuß.
 1 Maund = 40 Seers (fl) à 16 Chittaks à 5 Siccas;
 100 Bazar Maund = 110 Factory Maund, 1 F.Md. = $74\frac{2}{3}$ fl avdp.
 1 Company's Rupees à 16 Annas à 12 Pice. 46,765 Co. Rp. = 1 Mz fl f. D.
 100 Sicca-Rupees (frühere Münze) = $106\frac{2}{3}$ Co's Rup.
 Außerdem siehe England.

Dänemark (Kopenhagen).

- 1' (Fod) = 313,8535 mm = 12'' à 12'''; 1^o (Rode) = 10'; 1 m (Alen) = 2'.
 1 Last = 22 Tonnen à 8 Schffl; 1 Tonne = 144 Pott = 139,1213 l.
 1 Fuder = 6 Ohm à 4 Anker à 38,75 Pott à 0,9662 Liter.
 1 Ztr = 100 fl (à 500 g) à 16 Unzen = 100 Quintin à 10 Ort.
 1 Riksdaler = 6 Mark à 16 Schillinge; 39,5543 Rdlr = 1 Mz fl f. D.
 248 Stek à 10 Kronen = 124 Stek à 20 Kr = 1 kg f. $\odot$. 1 Kr = 100 Öre.

England. (London).

- 1 Yard (Yd) = 3' à 12''; 1 Yard = 914,3835 Millimeter (mm).
 1 engl. Meile = 5000' = 1523,972 m; 1 Seemeile = 1854,865 m.
 1 Acre = 4 Roods = 160 Quadrat-Rods = 4840 Qdt-Yd à 9q' à 144q''.
 1 Imperial-Quarter (= 290,7813 l) = 8 Bushels à 8 Gallons à 8 Pints.
 1 Hundredweight (Cwt) = 4 Quarters (Qr) à 28 fl à 16 Ounces (oz)
 à 16 Drams (dr) avdp; 1 Ton = 20 Cwt; 1 fl avdp. = 453,5922 g.
 1 Troypfund (Tr fl) = 12 Ounces (oz) à 20 Pennyweights (dwt) à 24
 Grains (gr); 1 Tr fl = 373,2416 g; 144 fl avdp. = 175 Tr fl .
 1 Pfund Sterling (£) = 20 Schillinge (s, sh) à 12 Pence (d); 1 £
 = 1 Sovereign; 68,284 Sov. = 1 Mz fl f. $\odot$.

Frankreich (Paris).

Die Einheit des Längenmaßes ist das Meter (Mètre, m), der zehnmillionte Teil des Erdmeridianquadranten.

- 1 Myriameter (Mm) = 10 Kilometer (Km) à 10 Hektometer (Hm) à 40 Dekameter (Dm) à 10 Meter (m) à 10 Decimeter (dm) à 10 Centimeter (cm) à 10 Millimeter (mm).
- 1 Are (a) = 100 Quadratmeter (qm), 1 Hektare (Ha) = 100 Ares (a) à 100 Centiares (ca) oder qm à 100 Quadratdecimeter (qdm).
- 1 Stère (s) oder Kubikmeter (cbm) = 1000 Kubikdecimeter (cdm) oder Litres (l) à 1000 Kubikcentimeter (ccm) à 1000 cmm.
- 1 Hektolitre (Hl) = 100 Litres (l) à 10 Decilitres (dl) à 10 Centilitres (cl) à 10 Millilitres (ml).
- 1 Gramme (g) = dem Gewicht von 1 Kubikcentimeter reinen Wassers bei 4,1° Celsius; 1 Kilogramme (Kg) = 10 Hektogr. (Hg) à 10 Dekagr. (Dg) à 10 g à 10 Decigr. (dg) à 10 cg à 10 mg.
- 1 Franc (fr) = 100 Centimes (cs); $111\frac{1}{9}$ fs = 1 Mz $\mathfrak{H}$ feinen Silbers (f. D); $86\frac{1}{9}$ Stck à 20 fs = 1 Mz $\mathfrak{H}$ feinen Goldes (f. ©).

Griechenland.

Masse und Gewichte sind die französischen.

- 1 kgl. Piki (Elle) = 1 m à 10 Palmen à 10'' à 10''' de.
- 1 Meile = 10 kgl. Stadien à 1000 Piki; 1 kgl. Stremma = 1000 Qdt-Piki.
- 1 kgl. Kiló (hl) = 100 l à 10 Kotyli à 10 Mystra à 10 Kubus.
- 1 Tonne = 10 Talente à 100 Minen à 1500 Drachmen (g) à 100 Gran (cg).
- 1 Drachme ($\mathfrak{D}$) = 100 Lepta; 124,091 $\mathfrak{D}$ = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.

Havanna.

- 1 Quintal = 4 Arrobas (@) à 25 $\mathfrak{H}$ (s. Spanien).
- 1 Piaster (\$) (= 100 Centavos) = 8 Reales (Rpta.) à 4 Quartillos.

Italien (Genua, Livorno, Mailand, Neapel, Rom).

Masse und Gewichte sind die französischen mit italienischer Schreibweise. Z. B. Metro = Mètre, Ara = Are u. s. w.

- 1 Metro (Meter) = 10 Palmi à 10 Diti à 10 Atomi (mm).
- 1 Qdt-Metro = 100 Qdt-Palmi à 100 Qdt-Diti à 100 Qdt-Atomi (qmm).
- 1 Soma (hl) à 10 Mine à 10 Pinte (l) à 10 Coppi.
- 1 Quintale = 10 Rubbi à 10 Libbre à 10 Once à 10 Grossi à 10 Denari à 10 Grani; 1 Libbra = 1 Kilogramm (kg).
- 1 Lira nuova (£) = 100 Centesimi (cs): $111\frac{1}{9}$ £ = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.
- 1 Scudo = 12 Carlini = 120 Grani; 21,793 Scudi = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.
 $86\frac{1}{9}$ Stck à 20 £ = 1 Mz $\mathfrak{H}$ feinen Goldes (f. ©).

Mexico.

1 Piaster (\$) à 8 Reales à 4 Cuartillos oder 12 Granos. S. Spanien.

Niederlande (Amsterdam).

Das niederländische Mafs- und Gewichts-System ist das französische, seit 1. Januar 1870 sogar mit den französischen Benennungen eingeführt und nur für die Hektar ist die holländische Benennung „Bunder“ zugelassen worden.

1 Gulden holl. (fl) = 100 Cents (früher 1 fl = 20 Stüber à 16 $\mathcal{G}$);
52,91 fl = 1 Münzpfund (Mz $\mathfrak{H}$) f. D à 500 g. — 1 Last = 30 hl.

Norwegen (Christiania).

1 $\mathcal{W}$ = 2' = 627,527 mm; 1 Tonne Getreide = 144 Po = 139 l.
1 Fafs à 4 Oxhoft à 6 Anker; 1 Ohm = 4 Anker = 155 Pott
à 0,96612 l; 1 Kanne = 2 Pott; 1 $\mathfrak{H}$ = 498,4 g.
1 Species ($\mathcal{S}$) = 5 Ort ($\mathcal{M}$) à 24 Schillg; 19,7772 Spec. = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.
1 Speciesdaler = $1\frac{1}{3}\frac{9}{1}$ g oder 1,6129 g feinen Goldes (f. $\odot$).

Portugal (Lissabon).

1 Quintal (Qtl) = 4 Arrobas ($\mathcal{A}$) à 32 Arratels ($\mathfrak{H}$) à 16 Onças.
1 Conto (:) = 1000 Milreïs (\$) à 1000 Reïs (Rs); 1 $\mathfrak{H}$ = 759 g.
218,1818 Stck à 100 Rs (Tostao) = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.

Rio Janeiro, s. Portugal.

Rußland (Petersburg).

1' (= 304,79 mm) = 12'' à 10'''; 1 Saschen (Faden) = 7' = 3 Arschin.
1 Arschin ($\mathcal{W}$) = 28'' = 711,19 mm; 1 Werst = 500 Saschen.
1 Dessätin = 2400 Quadrat-Saschen = 109,25 franz. Ares (a).
1 Tschetwert (= 209,9 l) = 8 Tschetwerik à 8 Garnez.
1 Berkowetz (Bkz) = 10 Pud (Pd) à 40 $\mathfrak{H}$ à 96 Solotnik (Sol.)
à 96 Doli (Dl); 1 $\mathfrak{H}$ = 409,51156 g. 2 $\mathfrak{R}^0\text{S.}$ = 7 $\mathfrak{R}^0\text{B}^0$.
1 Silberrubel ($\mathfrak{R}^0\text{S.}$) = 100 Kopeken (Kop.); 27,7838 $\mathfrak{R}^0\text{S.}$ = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D.
1 Halbimperial (= 5 $\mathfrak{R}^0$ 15 Kop.) wiegt $147\frac{3}{11}$ Doli à $\frac{1}{12}$ f. $\odot$.

Schweden (Stockholm).

1' (Fot) (= 296,9 mm) = 10'' (Tum) à 10'''. 1 Tonne = 146,563 l.
1 Ztr = 100 $\mathfrak{H}$ à 100 Ort à 100 Korn; 1 $\mathfrak{H}$ = 425,01 g.
1 Reichsthaler Reichsmünze ($\mathfrak{R}\mathcal{S}$) = 100 Öre = 0,25 Reichsthaler
Silber (Species) = $\frac{2}{3}$ Reichsthaler Banco; 1 $\mathcal{S}$ B $\mathcal{S}$. = 48 β B $\mathcal{S}$.;
19,604 Species = 1 Mz $\mathfrak{H}$ f. D. 1 Krone = 100 Öre.
248 Stck à 10 Kronen = 124 Stck à 20 Kr. = 1 kg f. $\odot$.

Schweiz (Basel).

Mafs-, Gewichts- und Münzsystem ist das französische.

- 1' (= 0,3 m) à 10'' à 10''' à 10 Strich; 1 Stab = 2 @ à 2'; 1° = 10'.
 1 Malter (= 150 l) = 10 Viertel à 10 Immi. — 1 ₤ = 500 g.
 1 Saum (Ohm) (= 150 l) = 100 Mfs à 4 Schoppen; 1 Eim. = 25 Mfs.
 1 Frank (fr) = 100 Rappen (cs); 111 $\frac{1}{9}$ frs = 1 Mz ₤ f. D.

Spanien (Madrid).

Ein neues Mafs- und Gewichts-System, dem französischen sogar in den Benennungen gleich, die nur mit spanischer Endung (Metro, Litro, Grano) versehen sind, sollte schon mit dem 1. Januar 1859 in Kraft treten, findet seit dem 1. Jan. 1863 im Zollwesen und in neuester Zeit auch im Handelsverkehre Anwendung.

- 1 Quintal = 4 Arrobas @ à 25 Libras (₤) à 16 Onzes; 1 ₤ = 460,093 g.
 1 Duro (Peso, Piaster, \$) = 2 Escudo's à 10 Reales à 10 Decimas.
 (Kaufleute rechnen 1 Real = 100 Centimas (cs)); 21,131 Duros = 111 $\frac{1}{9}$ Pesetas (fs.) = 1 Mz ₤ f. D. Siehe ausserdem Frankreich.

Türkei (Konstantinopel).

- 1 Pik = 685,8 mm; 1 Fortin Getreide = 4 Kilos à 35,11 l.
 1 Cantaro (Ztr) = 100 Rottoli = 44 Okka à 400 Drachmen;
 1 Okka = 1285,56 g; 1 Teffé = 610 Drachmen.
 1 Piaster = 40 Para à 3 Asper; 501,1565 Piaster = 1 Mz ₤ f. D.
 Kaufleute rechnen gewöhnlich nach Piastern à 100 Asper oder cs.

Vereinigte Staaten v. Nord-Amerika (New-York).

Masse und Gewichte, s. England.

- 1 Dollar (\$) = 100 Cents (cs); 33,2308 Eagles (à 10 \$) = 1 Mz ₤ f. Ⓒ.

A n h a n g.

1. Stückmaße.

Großtausend (für Stab- oder Fafsholz)...	1200 Stück	Webe	72 Ellen.
Ring (für Stabholz) 240	"	Schock	60 Stck.
Großes Groß (12 Groß).....	1728 "	Rolle (Segeltuch)	70 Arschinen.
Groß (12 Dtz.)....	144 "	Band (für Garben und Fische).....	30 Stck.
Großhundert	120 "	Stiege (engl. score)....	20 "
Wall, Wahl (Fische) 80	"	Mandel	15 "
Bei Garn: 1 Schock = 60 Stck à 6 Strähn à 40 Gebind à 20 Faden.		Dutzend	12 "
" Papier: 1 Ballen = 10 Ries à 10 Buch à 10 Heft à 10 Bogen.			
" Pelz und Leder: 1 Zimmer = 4 Decher à 10 Stck; 1 Rolle (Juchten) = 6 Felle.			

2. Zeitmaße.

1 Jahr = 12 Monate. Der Monat wird im Geschäftsverkehre durchschnittlich zu 30 Tagen angenommen. 1 Tag = 24 Stunden à 60 Minuten à 60 Sekunden. Ein gemeines Jahr hat 365 Tage, ein Schaltjahr 366 Tage. Siehe außerdem Seite 46.

3. Winkelmaße.

Der Kreis hat 360° (Grad) à 60 Minuten à 60 Sekunden (Sexagesimaleinteilung). Der rechte Winkel (Quadrant) hat $360 : 4 = 90^{\circ}$.

In Frankreich wird der Kreis in 400° à 400 Min. à 100 Sek. nach decimaler Abstufung geteilt. Die Erdperipherie hat 400° à 100 km oder 360° (Sexages.) à 15 geogr. Meilen = $111\frac{1}{3}$ km.

B e r i c h t i g u n g e n.

S. 76, Z. 4 v. o.: arithmetische Summen statt Summen.

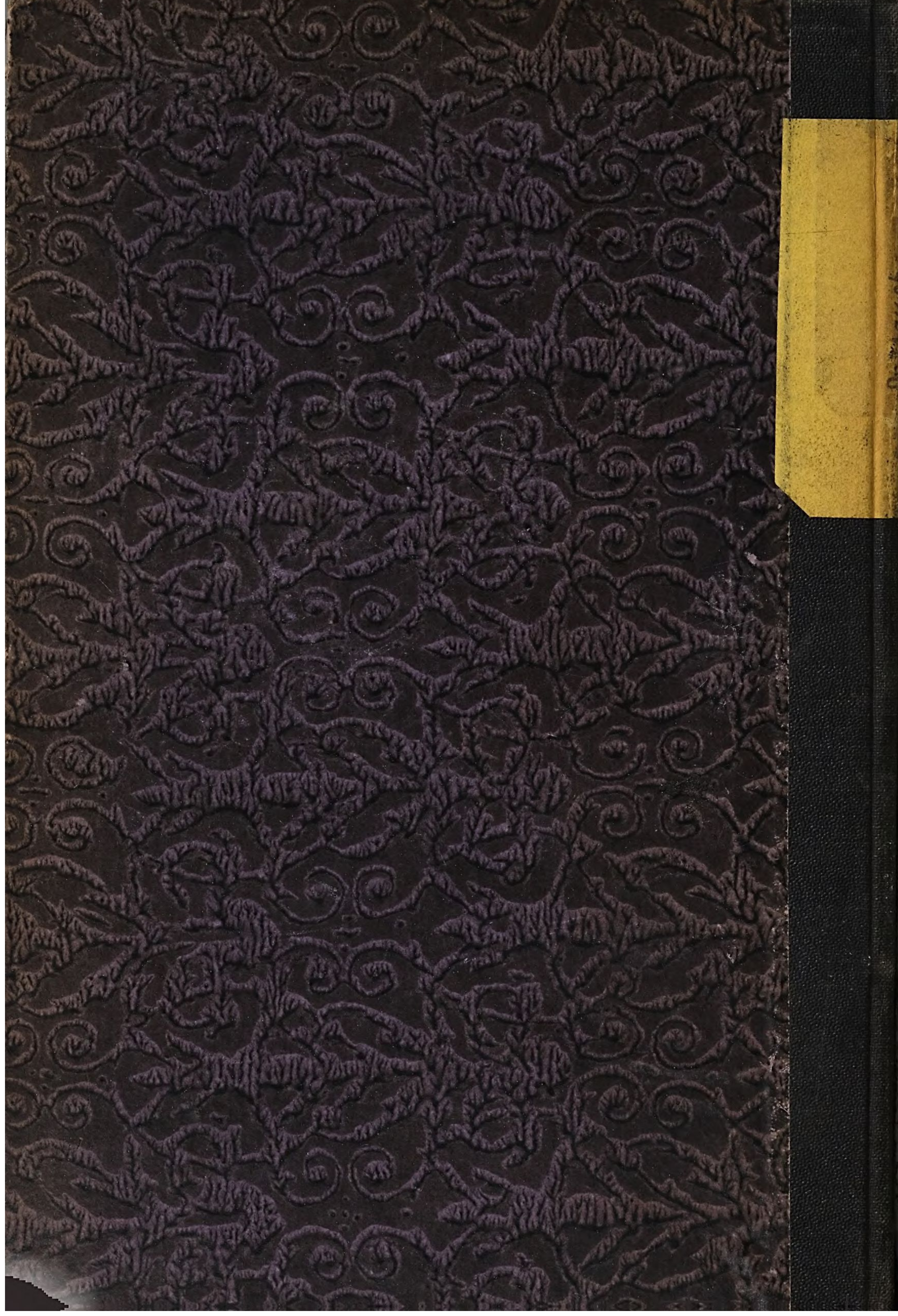
S. 89, Z. 14 v. o., Aufg. 1362, lies: $35\frac{7}{8} - 42\frac{1}{3}$ statt $34\frac{5}{8} - 32\frac{1}{3}$.

I n h a l t.

	Seite
Einleitung	5
I. Vom Numerieren. § 2—4	5
II. Von den unbenannten und gleichbenannten ganzen Zahlen.	
§ 5—24	8
1. Addition	8
2. Subtraktion	11
3. Addition und Subtraktion	13
4. Multiplikation	17
5. Division	23
6. Multiplikation und Division	29
7. Die vier Spezies in Verbindung	29
III. Die vier Spezies mit benannten ganzen Zahlen. § 25—40.	34
Verzeichnis und Erklärung der gebräuchlichsten Abkürzungen (Abbreviaturen)	35
1. Reduktion benannter Zahlen	36
2. Addition benannter Zahlen	39
3. Subtraktion benannter Zahlen	41
4. Addition und Subtraktion benannter Zahlen	43
5. Zeitrechnungen	46
6. Multiplikation benannter Zahlen	48
7. Division benannter Zahlen	51
8. Multiplikation und Division benannter Zahlen	53
9. Durchschnittsberechnungen	54
Die vier Spezies in Verbindung	55
IV. Teilbarkeit der Zahlen. § 41—51.	59
1. Allgemeine Regeln.	59
2. Besondere Regeln	60
a) Eigenschaften gerader und ungerader Zahlen.	60
b) Kennzeichen der Teilbarkeit	60
3. Zerlegung in Primfaktoren	62
4. Vom größten gemeinschaftlichen Teiler	64
5. Vom kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen	66

	Seite
V. Von den gemeinen Brüchen. § 52—85	69
1. Vereinfachung der Brüche	70
2. Vergleichung der Brüche	71
3. Addition der Brüche und gemischten Zahlen.	72
4. Subtraktion der Brüche und gemischten Zahlen	74
5. Addition und Subtraktion der Brüche.	75
6. Multiplikation der Brüche mit ganzen Zahlen	77
7. Division der Brüche durch ganze Zahlen	78
8. Zerlegung der Brüche	80
9. Multiplikation der Brüche mit einander	80
10. Division durch Brüche	82
11. Näherungsbrüche	83
12. Von den zusammengesetzten Brüchen und Ausdrücken, in welchen die vier Spezies vereint vorkommen.	86
13. Reduktion benannter Brüche	89
14. Addition benannter Brüche	92
15. Subtraktion benannter Brüche	93
16. Addition und Subtraktion benannter Brüche	94
17. Multiplikation benannter Brüche	95
18. Division benannter Brüche	96
19. Vermischte Beispiele und Aufgaben	97

VI. Von den Decimalbrüchen. § 86—124	101
1. Numerieren der Decimalbrüche	101
2. Vergleichung der Decimalbrüche	103
3. Verwandlung der gemeinen Brüche in Decimalbrüche	104
4. Verwandlung der Decimalbrüche in gemeine Brüche	106
5. Addition der Decimalbrüche	107
6. Subtraktion der Decimalbrüche	108
7. Addition und Subtraktion der Decimalbrüche	109
8. Multiplikation der Decimalbrüche	110
9. Division der Decimalbrüche	113
10. Multiplikation und Division	116
11. Die vier Spezies in Verbindung	117
12. Reduktion benannter Decimalbrüche	119
13. Addition benannter Decimalbrüche	120
14. Subtraktion benannter Decimalbrüche	122
15. Addition und Subtraktion benannter Decimalbrüche	123
16. Multiplikation benannter Decimalbrüche	124
17. Division benannter Decimalbrüche	126
18. Multiplikation und Division benannter Decimalbrüche	127
19. Vermischte Aufgaben	128
20. Flächen- und Körperberechnungen	131
Uebersicht der in diesem Buche angewendeten Masse, Gewichte und Münzen	140
Anhang	146



Hauck, A. F.,

Lehrbuch der Arithmetik für Latein-, Real- und Handelsschulen mit
zahlreichen Beispielen und Übungs-Aufgaben ; in 3 Teilen

Bd.: 1,1

1883

Math.p. 204 rd-1,1

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11650986-5